

# ANÉIS DE GRUPO \*-LIMPOS

PAULA MURGEL VELOSO

Um *elemento* de um anel (associativo com unidade) é *limpo* se pode ser escrito como a soma de uma unidade e um idempotente do anel. Um *anel é limpo* se todo elemento seu é limpo. A propriedade de limpeza foi formulada por Nicholson [5] em 1977 no curso de seu estudo de anéis *exchange*. A limpeza de anéis de grupos foi abordada pela primeira vez em 2001 [2] e tem, desde então, atraído muita atenção de vários pesquisadores. Diversos conceitos surgiram a partir da limpeza em anéis, sendo um deles o de um anel \*-limpo.

Assim, em 2010, Vaš propôs a definição de anel \*-limpo em [6]: um \*-anel (anel com uma involução  $*$ ) em que todo elemento se escreve como a soma de uma unidade e uma projeção (idempotente simétrico com relação a  $*$ ). Claramente, todo anel \*-limpo é limpo. Vaš propôs em [6] a pergunta: quando um \*-anel é limpo, mas não \*-limpo?

Todo grupo  $G$  que tenha algum elemento  $g \neq 1$  com  $|\langle g \rangle| \neq 2$  é dotado da involução clássica  $g \mapsto g^{-1}$ . Por isso, anéis de grupos  $RG$  são quase sempre \*-anéis: se  $R$  é comutativo, por exemplo, uma involução em  $RG$  é obtida pela extensão  $R$ -linear da involução clássica de  $G$ . A \*-limpeza de anéis de grupos foi abordada pela primeira vez em 2010 [3]. No entanto, até a presente data, muito pouco é sabido sobre o assunto.

Neste seminário, apresentamos o tópico de anéis \*-limpos, sua breve história no campo dos anéis de grupos e alguns trabalhos recentes [1, 4]. Exibimos também alguns resultados preliminares, como a propriedade de \*-limpeza em anéis de grupo  $KG$ , onde  $K$  é um corpo algebricamente fechado e  $G$  é um grupo abeliano finito (com a involução clássica).

## REFERÊNCIAS

- [1] Y. Gao, J. Chen, Y. Li, *Some star-clean Group Rings*, Algebra Colloquium **22** (2015) 169–180 (to appear).
- [2] J. Han, W. K. Nicholson, *Extensions of clean rings*, Communications in Algebra **29** (2001), 2589–2595.
- [3] C. Li, Y. Zhou, *On strongly star-clean rings*, Journal of Algebra and Its Applications **6** (2011), 1363–1370.
- [4] Y. Li, M. M. Parmenter, P. Yuan, *On star-clean group rings*, Journal of Algebra and Its Applications **14** (2015) (to appear).
- [5] W. K. Nicholson, *Lifting idempotents and exchange rings*, Transactions of the AMS **229** (1977), 269 – 278.
- [6] L. Vaš, *\*-Clean rings; some clean and almost clean Baer \*-rings and von Neumann algebras*, J. Algebra **324** (2010), 3388–3400.