

Projeto 2 – Modelo SIR com Condição Inicial Fuzzy

Neste projeto os alunos devem estudar a dinâmica de uma doença descrita pelo modelo suscetível-infectado-recuperados (SIR) mas com condição inicial *fuzzy*.

Condições e Datas

O projeto deve ser realizado em grupos com no máximo **três** alunos. Deve-se fazer o upload no sistema Ensino Aberto Moodle dos seguintes arquivos até o dia 22/06/2018 (23h59min):

- Arquivo texto (*relatório.pdf*), que não deve ter mais que 10 páginas, descrevendo de forma clara e objetiva os procedimentos adotados e as conclusões.
-

Instruções

O modelo clássico de Kermack-McKendrick, também conhecido como modelo SIR, é descrito pelo seguinte problema de valor inicial

$$\frac{dS}{dt} = -rSI, \quad S(0) = S_0, \quad (1)$$

$$\frac{dI}{dt} = rSI - aI, \quad I(0) = I_0, \quad (2)$$

$$\frac{dR}{dt} = aI, \quad R(0) = R_0, \quad (3)$$

em que $S \equiv S(t) \geq 0$, $I \equiv I(t) \geq 0$ e $R \equiv R(t) \geq 0$ denotam respectivamente o número (ou densidade) de indivíduos suscetíveis, infectados e recuperados num instante de tempo $t \geq 0$. Os coeficientes $r > 0$ e $a > 0$ denotam respectivamente as taxas de infecção da doença e recuperação. De um modo geral, o problema de valor inicial (1) descreve a dinâmica de uma doença na qual, após recuperado, um indivíduo se torna imune a doença. Sobretudo, o número total de indivíduos da população $N = S + I + R$ é mantido constante, ou seja, não há nascimentos ou mortes durante a epidemia.

Em 1978, a revista médica britânica *The Lancet* apresentou um relatório com detalhes estatísticos de uma epidemia de gripe em um internato com um total de 763 meninos. Destes 512 meninos foram confinados ao leito durante a epidemia, que durou de 22 de janeiro a 4 de Fevereiro de 1978. Considerando os dados descritos no relatório da revista *The Lancet*, foram estimados os seguintes valores para a taxa de infecção e recuperação por dia é:

$$r = 2.18 \times 10^{-3} \quad \text{e} \quad a = 0.44. \quad (4)$$

Acredita-se que um menino infectado iniciou a epidemia. Contudo, em vista da incerteza inerente nessa informação, vamos assumir que o número inicial de infectados é descrito por um número

fuzzy triangular

$$I_0(x) = \text{tri}(x; 0, 1, 5) = \max \left\{ 0, \min \left\{ x, \frac{5-x}{4} \right\} \right\}. \quad (5)$$

1. Sabendo que o número total de meninos no internato é $N = 763$ (constante) e considerando que o número inicial de infectados é $R_0 = 0$, determine o número *fuzzy* inicial de susceptíveis $S_0 \in \mathbb{R}_{\mathcal{F}}$.
2. Usando o método de Euler com passo suficientemente pequeno, determine o número *fuzzy* de infectados $I(7)$ no após uma semana.
3. Estime, se possível, a duração da epidemia de gripe no internato. Justifique sua resposta.