

Análise Real e Elementos de Análise Real

Primeira Avaliação - Segunda Chamada

	Nota
Q1	
Q2	
Q3	
Q4	
Q5	
Total	

Nome: _____

Questão 1. Encontre o sup e inf de cada um dos seguintes conjuntos:

a) $S = \{x : 3x^2 - 10x + 3 < 0\}$.

b) $S = \{x : (x - a)(x - b)(x - c)(x - d) < 0\}$, onde $a < b < c < d$.

Questão 2. Dados subconjuntos não-vazios $A, B \subseteq \mathbb{R}$, defina o conjunto

$$C = \{x + y : x \in A \text{ e } y \in B\}.$$

Mostre que, se ambos A e B admitem supremo, então C também admite supremo e

$$\sup C = \sup A + \sup B.$$

Questão 3. Mostre que, se S é um conjunto infinito, então S contém um subconjunto infinito enumerável.

Questão 4. Um número real é dito *algébrico* se é a raiz de uma equação algébrica $f(x) = 0$, onde $f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$ é um polinômio com coeficientes inteiros. Mostre que o conjunto de todos os polinômios com coeficientes inteiros é enumerável. Use esse fato para concluir que o conjunto de todos os número algébricos é no máximo enumerável.

Questão 5. Um conjunto $S \subseteq \mathbb{R}^n$ é dito *convexo* se para todo $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in S$ e todo real $\theta \in (0, 1)$, tem-se $\theta\mathbf{x} + (1 - \theta)\mathbf{y} \in S$. Mostre que toda bola aberta em \mathbb{R}^n é convexa.

As questões serão consideradas somente se forem apresentados todos os argumentos necessários.

BOA PROVA!!!