

Análise Real e Elementos de Análise Real

Prova 2 - Segunda Chamada

	Nota
Q1	
Q2	
Q3	
Q4	
Q5	
Total	

Nome: _____

Questão 1. Seja (X, d) um espaço métrico e $E \subseteq X$. Mostre que o conjunto de todos os pontos de acumulação de E , denotado por E' , é um conjunto fechado.

Questão 2. Num espaço métrico (X, d) , se a seguinte relação é satisfeita $E \subset F \subseteq \bar{E}$, onde \bar{E} denota o fecho de E , então dizemos que E é denso em F . Por exemplo, o conjunto dos números racionais \mathbb{Q} é denso em \mathbb{R} . Mostre que, se E é denso em F e F é denso em G , então E é denso em G .

Questão 3. Construa em \mathbb{R} um conjunto limitado com exatamente três pontos de acumulação.

Questão 4. Seja (X, d) um espaço métrico e $\{p_n\}$ uma sequência em X . Mostre que $\{p_n\}$ converge para $p \in X$ se, e somente se, todas as subsequências de $\{p_n\}$ convergem para p . Use esse fato para mostrar que a sequência $\{p_n\}$ converge se, e somente se, $\liminf_{n \rightarrow \infty} a_n$ e $\limsup_{n \rightarrow \infty} a_n$ são ambos finitos e iguais.

Questão 5. Seja a_n uma sequência de números reais tais que

$$|a_{n+2} - a_{n+1}| \leq \frac{1}{2}|a_{n+1} - a_n|, \quad \forall n \geq 1.$$

Mostre que a sequência $\{a_n\}$ converge.

As questões serão consideradas somente se forem apresentados todos os argumentos necessários.

BOA PROVA!!!