

# Cálculo II (6MAT 013) – Quarta Prova

21 de Setembro de 2010

	Nota
Q1	
Q2	
Q3	
Q4	
Q5	
Total	

Nome: \_\_\_\_\_  
(COLOQUE O NOME EM TODAS AS FOLHAS QUE USAR!)

**Questão 1.** Determine a taxa de variação máxima de  $f$  no ponto dado e a direção em que isso ocorre.

a)  $f(x, y) = y^2/x$ ,  $\mathbf{p} = (2, 4)$ ;

b)  $f(x, y) = \sin(xy)$ ,  $\mathbf{p} = (1, 0)$ .

**Questão 2.** Encontre os pontos de máximos locais, mínimos locais ou pontos de sela da função:

$$f(x, y) = x^3 - 12xy + 8y^3.$$

**Questão 3.** Calcule as seguintes integrais duplas:

a)  $\int_0^{\pi/2} \int_0^{\cos \theta} e^{\sin \theta} dr d\theta$ ;

b)  $\iint_D x^3 y^2 dA$ , onde  $D = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 2, -x \leq y \leq x\}$ .

**Questão 4.** Determine o volume do sólido abaixo do cone  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  e acima do disco  $x^2 + y^2 \leq 4$ .

**Questão 5.** Suponha que um cientista tenha razões para acreditar que duas quantidades  $x$  e  $y$  estejam relacionadas linearmente, ou seja,  $y = ax + b$ , pelo menos aproximadamente para, alguns valor de  $a$  e  $b$ . O cientista realiza uma experiência e coleta os dados na forma de pontos  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ , e então coloca-os em um gráfico. Os pontos não estão todos alinhados, de modo que o cientista quer determinar as constantes  $a$  e  $b$  para que a reta  $y = ax + b$  “ajuste” os pontos tanto quanto possível (veja a figura).

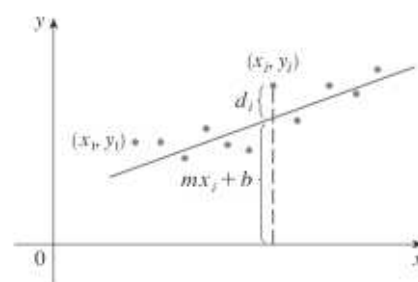
Seja  $d_i = y_i - (ax_i + b)$  o desvio vertical no ponto  $(x_i, y_i)$  da reta. O método dos mínimos quadrados determina  $a$  e  $b$  de modo a minimizar  $\sum_{i=1}^n d_i^2$ , a soma dos quadrados dos desvios.

Mostre que, de acordo com esse método, a reta de melhor ajuste é obtida quando

$$a \left( \sum_{i=1}^n x_i \right) + bn = \left( \sum_{i=1}^n y_i \right),$$

$$a \left( \sum_{i=1}^n x_i^2 \right) + b \left( \sum_{i=1}^n x_i \right) = \left( \sum_{i=1}^n x_i y_i \right).$$

Assim, a reta é determinada resolvendo esse sistema linear de duas equações nas incógnitas  $a$  e  $b$ .



As questões serão consideradas somente se forem apresentados os cálculos necessários.

BOA PROVA!!!