

Cursinho Popular Zilda Arns - Tutoria de Exatas



# Lista de Exercícios 16 - L16

## Sequências Numéricas

Tutor: Tomás S. R. Silva

*E-mail: [tomassrsilva@gmail.com](mailto:tomassrsilva@gmail.com)*  
*Website: [www.lasca.ic.unicamp.br/~tomas](http://www.lasca.ic.unicamp.br/~tomas)*

18 de outubro de 2020

### Resumo

O objetivo dessa lista é estudar sequências numéricas simples, como progressão aritmética e progressão geométrica.

---

### Frase da semana

“A imaginação é mais importante que o conhecimento.” – Albert Einstein

## Instruções

1. Procure resolver a lista sem ajuda externa (i.e., calculadora, gabaritos online, etc). O objetivo dessa lista é criar familiaridade com o contexto geral das provas de vestibular, que não envolvem ajudas externas.
2. Procure resolver as questões da forma mais metodológica possível. Defina:
  - (a) Qual a incógnita do problema? Reconheça de forma clara o que está sendo perguntado.
  - (b) Quais conhecimentos você tem que podem ajudar a desvendar a incógnita? Pense sobre a carga teórica que pode te ajudar a resolver a questão.
  - (c) Como manipular os dados do problema dentro da teoria para desvendar a incógnita? Analise os dados fornecidos e pense em como aplicá-los dentro da teoria a ser utilizada para resolver o problema.

Apesar de parecer extenso, o método visa lhe fornecer agilidade e formalismo para a resolução de questões.

3. Classifique as questões de acordo com a dificuldade aparente: (F) para *FÁCIL*; (M) para *MÉDIO*; e (D) para *DIFÍCIL*. Aprender a classificar questões é uma habilidade importante, que pode lhe conferir agilidade na resolução de provas de vestibular. Resolva primeiramente as questões fáceis para ganhar tempo, e evolua a dificuldade conforme avança.
4. As questões mais difíceis (i.e., do tipo (D)) devem ser revisadas e repassadas, preferencialmente durante o horário da tutoria.
5. Não é necessário cronometrar o tempo de resolução da lista. Mas deve-se ter em mente uma estimativa do tempo que levou para resolvê-la :)
6. *Carpe Diem*. Matemática pode ser legal!

# 1 Questão

(UNICAMP)

**15.** Considere a sequência de números reais  $(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5)$  tal que  $(a_1, a_2, a_3)$  é uma progressão geométrica e  $(a_3, a_4, a_5)$  é uma progressão aritmética, ambas com a mesma razão  $w$ .

- a) Determine a sequência no caso em que  $a_3 = 3$  e  $w = 2$ .
- b) Determine todas as sequências tais que  $a_1 = 1$  e  $a_5 = 8$ .

## 2 Questão

(UNICAMP)

No mês corrente, uma empresa registrou uma receita de R\$ 600 mil e uma despesa de R\$ 800 mil. A empresa estuda, agora, alternativas para voltar a ter lucro.

- a) Primeiramente, assuma que a receita não variará nos próximos meses, e que as despesas serão reduzidas, mensalmente, em exatos R\$ 45 mil. Escreva a expressão do termo geral da progressão aritmética que fornece o valor da despesa em função de  $n$ , o número de meses transcorridos, considerando como mês inicial o corrente. Calcule em quantos meses a despesa será menor que a receita.
  
- b) Suponha, agora, que a receita aumentará 10% a cada mês, ou seja, que a receita obedecerá a uma progressão geométrica (PG) de razão  $11/10$ . Nesse caso, escreva a expressão do termo geral dessa PG em função de  $n$ , o número de meses transcorridos, considerando como mês inicial o corrente. Determine qual será a receita acumulada em 10 meses. Se necessário, use  $1,1^2 = 1,21$ ;  $1,1^3 \approx 1,33$  e  $1,1^5 \approx 1,61$ .

### 3 Questão

(UNICAMP)

Dizemos que uma sequência de números reais não nulos  $(a_1, a_2, a_3, a_4, \dots)$  é uma progressão harmônica se a sequência dos inversos  $(1/a_1, 1/a_2, 1/a_3, 1/a_4, \dots)$  é uma progressão aritmética (PA).

- a) Dada a progressão harmônica  $(2/5, 4/9, 1/2, \dots)$ , encontre o seu sexto termo.
- b) Sejam  $a, b$  e  $c$  termos consecutivos de uma progressão harmônica. Verifique que  $b = 2ac/(a + c)$ .

## 4 Questão

(UNICAMP)

Dois *sites* de relacionamento desejam aumentar o número de integrantes usando estratégias agressivas de propaganda.

O *site* A, que tem 150 participantes atualmente, espera conseguir 100 novos integrantes em um período de uma semana e dobrar o número de novos participantes a cada semana subsequente. Assim, entrarão 100 internautas novos na primeira semana, 200 na segunda, 400 na terceira, e assim por diante.

Por sua vez, o *site* B, que já tem 2200 membros, acredita que conseguirá mais 100 associados na primeira semana e que, a cada semana subsequente, aumentará o número de internautas novos em 100 pessoas. Ou seja, 100 novos membros entrarão no *site* B na primeira semana, 200 entrarão na segunda, 300 na terceira, etc.

a) Quantos membros novos o *site* A espera atrair daqui a 6 semanas? Quantos associados o *site* A espera ter daqui a 6 semanas?

b) Em quantas semanas o *site* B espera chegar à marca dos 10000 membros?

## 5 Questão

(UNICAMP)

Numa piscina em formato de paralelepípedo, as medidas das arestas estão em progressão geométrica de razão  $q > 1$ .

- a) Determine o quociente entre o perímetro da face de maior área e o perímetro da face de menor área.
- b) Calcule o volume dessa piscina, considerando  $q = 2$  e a área total do paralelepípedo igual a  $252 \text{ m}^2$ .

## 6 Questão

(USP)

Uma seqüência de números reais  $a_1, a_2, a_3, \dots$  satisfaz à lei de formação

$$a_{n+1} = 6a_n, \text{ se } n \text{ é ímpar}$$

$$a_{n+1} = \frac{1}{3}a_n, \text{ se } n \text{ é par.}$$

Sabendo-se que  $a_1 = \sqrt{2}$ ,

- a) escreva os oito primeiros termos da seqüência.
- b) determine  $a_{37}$  e  $a_{38}$ .



## 7 Questão

(USP)

Considere uma progressão aritmética cujos três primeiros termos são dados por

$$a_1 = 1 + x, \quad a_2 = 6x, \quad a_3 = 2x^2 + 4,$$

em que  $x$  é um número real.

- a) Determine os possíveis valores de  $x$ .
- b) Calcule a soma dos 100 primeiros termos da progressão aritmética correspondente ao menor valor de  $x$  encontrado no item a).

## 8 Questão

(USP)

Um “alfabeto minimalista” é constituído por apenas dois símbolos, representados por \* e #. Uma palavra de comprimento  $n$ ,  $n \geq 1$ , é formada por  $n$  escolhas sucessivas de um desses dois símbolos. Por exemplo, # é uma palavra de comprimento 1 e #\*#\* é uma palavra de comprimento 4.

Usando esse alfabeto minimalista,

- a) quantas palavras de comprimento menor do que 6 podem ser formadas?
- b) qual é o menor valor de  $N$  para o qual é possível formar 1.000.000 de palavras de tamanho menor ou igual a  $N$ ?

## 9 Questão

(USP)

Em uma progressão aritmética  $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$  a soma dos  $n$  primeiros termos é dada por  $S_n = bn^2 + n$ , sendo  $b$  um número real. Sabendo-se que  $a_3 = 7$ , determine

- a) o valor de  $b$  e a razão da progressão aritmética.
- b) o  $20^{\circ}$  termo da progressão.
- c) a soma dos 20 primeiros termos da progressão.

## 10 Questão

(USP)

Resolva os três itens abaixo.

- a) O primeiro termo de uma progressão geométrica de razão positiva é 5, e o terceiro termo é 45. Calcule a soma dos 6 primeiros termos dessa progressão.
- b) Calcule a soma dos números inteiros positivos menores do que 112 e não divisíveis por 4.
- c) A soma dos  $n$  primeiros termos de uma progressão aritmética é  $n(2n + 1)$ , qualquer que seja  $n \geq 1$ . Encontre o vigésimo termo dessa progressão.