

Cursinho Popular Zilda Arns - Tutoria de Exatas



Lista de Exercícios 14 - L14

Trigonometria

Tutor: Tomás S. R. Silva

E-mail: tomassrsilva@gmail.com

Website: www.lasca.ic.unicamp.br/~tomas

25 de Setembro de 2020

Resumo

O objetivo dessa lista é continuar a explorar problemas trigonometria.

Frase da semana

“Não se pode ensinar nada a um homem; só é possível ajudá-lo a encontrar a coisa dentro de si.-Galileu Galilei

Instruções

1. Procure resolver a lista sem ajuda externa (i.e., calculadora, gabaritos online, etc). O objetivo dessa lista é criar familiaridade com o contexto geral das provas de vestibular, que não envolvem ajudas externas.
2. Procure resolver as questões da forma mais metodológica possível. Defina:
 - (a) Qual a incógnita do problema? Reconheça de forma clara o que está sendo perguntado.
 - (b) Quais conhecimentos você tem que podem ajudar a desvendar a incógnita? Pense sobre a carga teórica que pode te ajudar a resolver a questão.
 - (c) Como manipular os dados do problema dentro da teoria para desvendar a incógnita? Analise os dados fornecidos e pense em como aplicá-los dentro da teoria a ser utilizada para resolver o problema.

Apesar de parecer extenso, o método visa lhe fornecer agilidade e formalismo para a resolução de questões.

3. Classifique as questões de acordo com a dificuldade aparente: (F) para *FÁCIL*; (M) para *MÉDIO*; e (D) para *DIFÍCIL*. Aprender a classificar questões é uma habilidade importante, que pode lhe conferir agilidade na resolução de provas de vestibular. Resolva primeiramente as questões fáceis para ganhar tempo, e evolua a dificuldade conforme avança.
4. As questões mais difíceis (i.e., do tipo (D)) devem ser revisadas e repassadas, preferencialmente durante o horário da tutoria.
5. Não é necessário cronometrar o tempo de resolução da lista. Mas deve-se ter em mente uma estimativa do tempo que levou para resolvê-la :)
6. *Carpe Diem*. Matemática pode ser legal!

1 Questão

(IME)

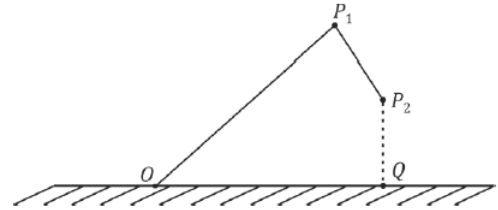
O valor da expressão $y = \text{sen} \left[\text{arc sen} \left(\frac{1}{a^2 - 1} \right) + \text{arc cos} \left(\frac{1}{a^2 - 1} \right) \right]$, onde a é um número real e $a \in (-1, 0)$, é:

- A) -1 B) 0 C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) 1

2 Questão

(FUVEST)

Um guindaste, instalado em um terreno plano, tem dois braços articulados que se movem em um plano vertical, perpendicular ao plano do chão. Na figura, os pontos O , P_1 e P_2 representam, respectivamente, a articulação de um dos braços com a base, a articulação dos dois braços e a extremidade livre do guindaste. O braço $\overline{OP_1}$ tem comprimento 6 e o braço $\overline{P_1P_2}$ tem comprimento 2. Num dado momento, a altura de P_2 é 2, P_2 está a uma altura menor do que P_1 e a distância de O a P_2 é $2\sqrt{10}$. Sendo Q o pé da perpendicular de P_2 ao plano do chão, determine

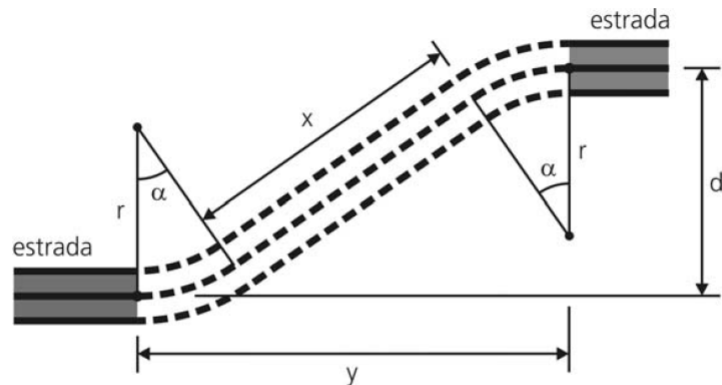


- o seno e o cosseno do ângulo $P_2\hat{O}Q$ entre a reta $\overline{OP_2}$ e o plano do chão;
- a medida do ângulo $O\hat{P}_1P_2$ entre os braços do guindaste;
- o seno do ângulo $P_1\hat{O}Q$ entre o braço $\overline{OP_1}$ e o plano do chão.

3 Questão

(UNICAMP)

Um engenheiro precisa interligar de forma suave dois trechos paralelos de uma estrada, como mostra a figura abaixo. Para conectar as faixas centrais da estrada, cujos eixos distam d metros um do outro, o engenheiro planeja usar um segmento de reta de comprimento x e dois arcos de circunferência de raio r e ângulo interno α .



- a) Se o engenheiro adotar $\alpha = 45^\circ$, o segmento central medirá $x = d\sqrt{2} - 2r(\sqrt{2} - 1)$. Nesse caso, supondo que $d = 72$ m, e $r = 36$ m, determine a distância y entre as extremidades dos trechos a serem interligados.
- b) Supondo, agora, que $\alpha = 60^\circ$, $r = 36$ m e $d = 90$ m, determine o valor de x .

4 Questão

(UFPR)

Suponha que a expressão $P = 100 + 20 \sin(2\pi t)$ descreve de maneira aproximada a pressão sanguínea P , em milímetros de mercúrio, de uma certa pessoa durante um teste. Nessa expressão, t representa o tempo em segundos. A pressão oscila entre 20 milímetros de mercúrio acima e abaixo dos 100 milímetros de mercúrio, indicando que a pressão sanguínea da pessoa é 120 por 80. Como essa função tem um período de 1 segundo, o coração da pessoa bate 60 vezes por minuto durante o teste.

- a) Dê o valor da pressão sanguínea dessa pessoa em $t = 0$ s; $t = 0,75$ s.
- b) Em que momento, durante o primeiro segundo, a pressão sanguínea atingiu seu mínimo?

5 Questão

(UFPB)

Com o objetivo de analisar o consumo de água de certa cidade, a companhia de água e esgotos solicitou à sua equipe de engenheiros um estudo sobre a vazão de água nessa cidade. O estudo mostrou que essa vazão $V(t)$, em m^3/h , na hora t , é expressa pela função:

$$V(t) = 1000 \left[4 + 2 \operatorname{sen}^2 \left(\frac{\pi}{12} t \right) \right], \text{ onde } 0 \leq t \leq 24$$

Com base nessas informações, identifique as afirmativas corretas acerca da vazão de água nessa cidade:

- I. A vazão mínima é de $3000 m^3/h$.
- II. A vazão máxima é de $6000 m^3/h$.
- III. A vazão é maior ou igual a $5000 m^3/h$ no horário das 3h às 9h e das 15h às 21h.
- IV. A vazão em $t = 12h$ é de $5000 m^3/h$.

Está(ão) correta(s) apenas a(s) afirmativa(s):

- a) II e III b) II e IV c) I, II e III d) II e) I, II e IV

6 Questão

(MACKENZIE)

Os valores de x , $x \in \mathbb{R}$, para os quais a função $f(x) = \log(\operatorname{tg} x - 1)$ está definida, são

a) $2k\pi < x < \frac{\pi}{2} + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$

b) $\frac{\pi}{4} + 2k\pi < x < \frac{5\pi}{4} + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$

c) $\frac{\pi}{4} + 2k\pi < x \leq \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ e $\frac{5\pi}{4} + 2k\pi < x \leq \frac{3\pi}{2} + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$

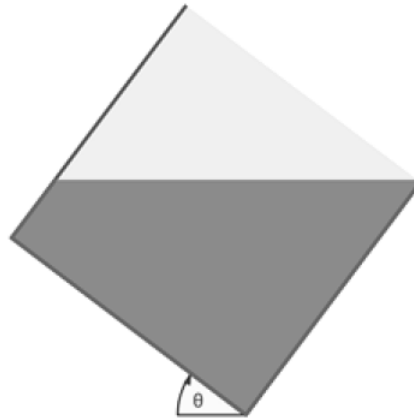
d) $\frac{\pi}{4} + 2k\pi < x < \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ e $\frac{5\pi}{4} + 2k\pi < x < \frac{3\pi}{2} + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$

e) $2k\pi < x < \pi + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$

7 Questão

(UNICAMP)

Um recipiente cúbico de aresta a e sem tampa, apoiado em um plano horizontal, contém água até a altura $\frac{3}{4}a$. Inclina-se lentamente o cubo, girando-o em um ângulo θ em torno de uma das arestas da base, como está representado na figura abaixo.

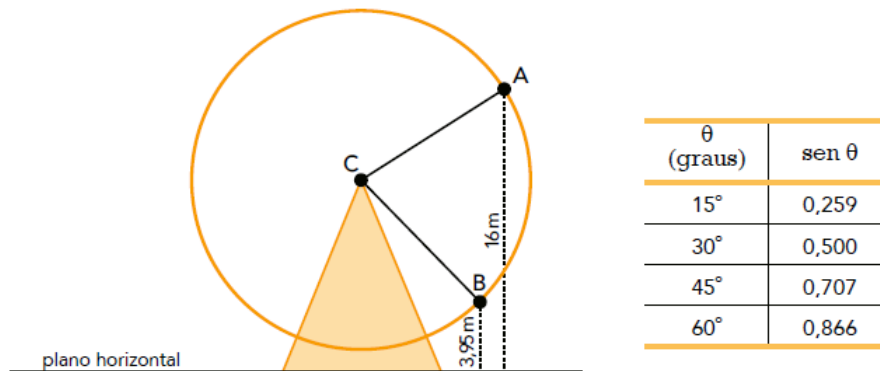


- Supondo que o giro é interrompido exatamente antes de a água começar a derramar, determine a tangente do ângulo θ .
- Considerando, agora, a inclinação tal que $\tan(\theta) = 1/4$, com $0 < \theta < \pi/2$, calcule o valor numérico da expressão $\cos(2\theta) - \sin(2\theta)$.

8 Questão

(UERJ)

O raio de uma roda gigante de centro C mede $\overline{CA} = \overline{CB} = 10$ m. Do centro C ao plano horizontal do chão, há uma distância de 11 m. Os pontos A e B , situados no mesmo plano vertical, ACB , pertencem à circunferência dessa roda e distam, respectivamente, 16 m e 3,95 m do plano do chão. Observe o esquema e a tabela:



A medida, em graus, mais próxima do menor ângulo \widehat{ACB} corresponde a:

- (A) 45
- (B) 60
- (C) 75
- (D) 105

9 Questão

(ITA)

a) Calcule $(\cos^2 \frac{\pi}{5} - \sin^2 \frac{\pi}{5}) \cos \frac{\pi}{10} - 2 \sin \frac{\pi}{5} \cos \frac{\pi}{5} \sin \frac{\pi}{10}$.

b) Usando o resultado do item anterior, calcule $\sin \frac{\pi}{10} \cos \frac{\pi}{5}$.

10 Questão

(ITA)

A expressão

$$\frac{2 \left[\operatorname{sen} \left(x + \frac{11}{2} \pi \right) + \operatorname{cotg}^2 x \right] \operatorname{tg} \frac{x}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}}$$

é equivalente a

- A () $[\cos x - \operatorname{sen}^2 x] \operatorname{cotg} x$. B () $[\operatorname{sen} x + \cos x] \operatorname{tg} x$. C () $[\cos^2 x - \operatorname{sen} x] \operatorname{cotg}^2 x$.
D () $[1 - \operatorname{cotg}^2 x] \operatorname{sen} x$. E () $[1 + \operatorname{cotg}^2 x] [\operatorname{sen} x + \cos x]$.