**Cursinho Popular Zilda Arns - Tutoria de Exatas**

# Lista de Exercícios 13 - L13

**Geometria Plana - Parte III**


Tutor: Tomás S. R. Silva

*E-mail: tomassrsilva@gmail.com*
*Website: www.lasca.ic.unicamp.br/~tomas*


18 de Setembro de 2020


**Resumo**

O objetivo dessa lista é continuar a explorar problemas de geometria plana.


---

## Frase da semana

**"O insucesso é uma oportunidade para recomeçar com mais inteligência".**
**- Henry Ford**

# Instruções

1. Procure resolver a lista sem ajuda externa (i.e., calculadora, gabaritos online, etc). O objetivo dessa lista é criar familiaridade com o contexto geral das provas de vestibular, que não envolvem ajudas externas.

2. Procure resolver as questões da forma mais metodológica possível. Defina:

    (a) Qual a incógnita do problema? Reconheça de forma clara o que está sendo perguntado.

    (b) Quais conhecimentos você tem que podem ajudar a desvendar a incógnita? Pense sobre a carga teórica que pode te ajudar a resolver a questão.

    (c) Como manipular os dados do problema dentro da teoria para desvendar a incógnita? Analise os dados fornecidos e pense em como aplicá-los dentro da teoria a ser utilizada para resolver o problema.

    Apesar de parecer extenso, o método visa lhe fornecer agilidade e formalismo para a resolução de questões.

3. Classifique as questões de acordo com a dificuldade aparente: (F) para *FÁCIL*; (M) para *MÉDIO*; e (D) para *DIFÍCIL*. Aprender a classificar questões é uma habilidade importante, que pode lhe conferir agilidade na resolução de provas de vestibular. Resolva primeiramente as questões fáceis para ganhar tempo, e evolua a dificuldade conforme avança.

4. As questões mais difíceis (i.e., do tipo (D)) devem ser revisadas e repassadas, preferencialmente durante o horário da tutoria.

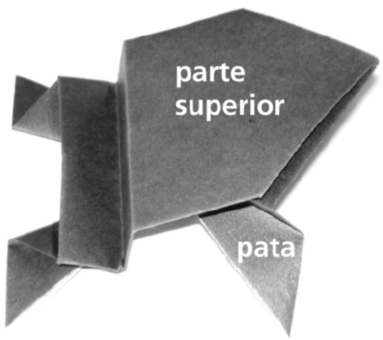
5. Não é necessário cronometrar o tempo de resolução da lista. Mas deve-se ter em mente uma estimativa do tempo que levou para resolvê-la :)

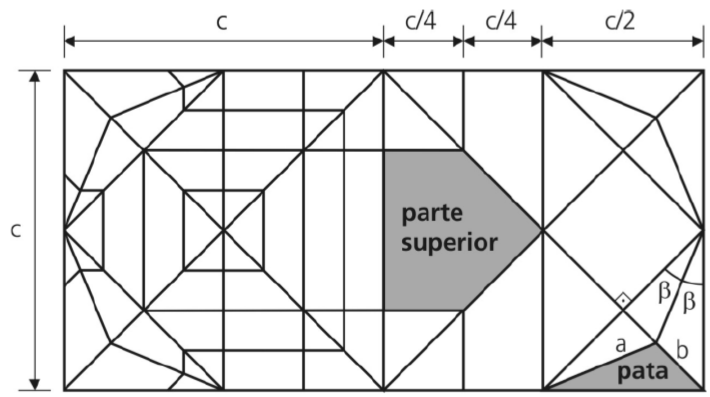
6. *Carpe Diem.* Matemática pode ser legal!

# 1 Questão

## (UNICAMP)

A figura abaixo, à esquerda, mostra um sapo de *origami*, a arte japonesa das dobraduras de papel. A figura à direita mostra o diagrama usado para a confecção do sapo, na qual se utiliza um retângulo de papel com arestas iguais a **c** e **2c**. As linhas representam as dobras que devem ser feitas. As partes destacadas correspondem à parte superior e à pata direita do sapo, e são objeto das perguntas a seguir.




a) Quais devem ser as dimensões, em centímetros, do retângulo de papel usado para confeccionar um sapo cuja parte superior tem área igual a $12cm^2$?

b) Qual a razão entre os comprimentos das arestas **a** e **b** da pata direita do sapo?

# 2 Questão

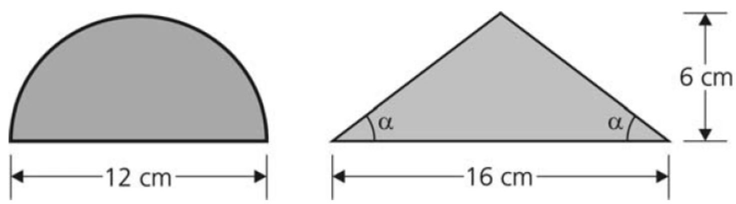
## (UNICAMP)

Um artesão precisa recortar um retângulo de couro com 10 cm x 2,5 cm. Os dois retalhos de couro disponíveis para a obtenção dessa tira são mostrados nas figuras abaixo.

a) O retalho semicircular pode ser usado para a obtenção da tira? Justifique.

b) O retalho triangular pode ser usado para a obtenção da tira? Justifique.

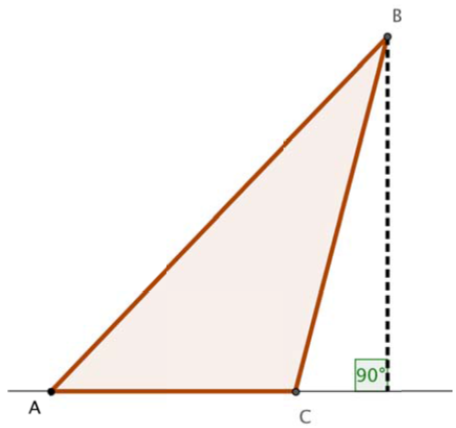
a)



# 3 Questão

## (UNICAMP)

Os lados do triângulo $ABC$ da figura abaixo têm as seguintes medidas: $\overline{AB} = 20$, $\overline{BC} = 15$ e $\overline{AC} = 10$.



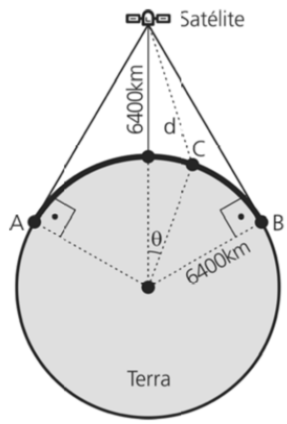

a) Sobre o lado $BC$ marca-se um ponto $D$ tal que $\overline{BD} = 3$ e traça-se o segmento $DE$ paralelo ao lado $AC$. Ache a razão entre a altura $H$ do triângulo $ABC$ relativa ao lado $AC$ e a altura $h$ do triângulo $EBD$ relativa ao lado $ED$, sem explicitar os valores de $h$ e $H$.

b) Calcule o valor explícito da altura do triângulo $ABC$ em relação ao lado $AC$.

# 4 Questão

## (UNICAMP)

Um satélite orbita a 6.400 km da superfície da Terra. A figura abaixo representa uma seção plana que inclui o satélite, o centro da Terra e o arco de circunferência $AB$. Nos pontos desse arco o sinal do satélite pode ser captado. Responda às questões abaixo, considerando que o raio da Terra também mede 6.400 km.



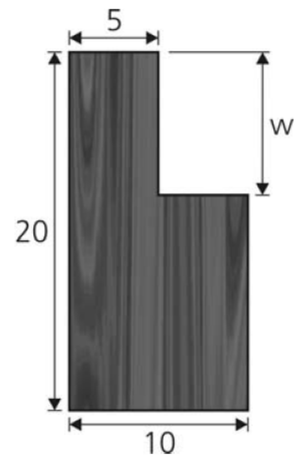

a) Qual o comprimento do arco $AB$ indicado na figura?

b) Suponha que o ponto $C$ da figura seja tal que $\cos(\theta) = 3/4$. Determine a distância $d$ entre o ponto $C$ e o satélite.

# 5 Questão

## (UNICAMP)

Uma placa retangular de madeira, com dimensões 10 x 20 cm, deve ser recortada conforme mostra a figura ao lado. Depois de efetuado o recorte, as coordenadas do centro de gravidade da placa (em função da medida w) serão dadas por




$$x_{CG}(w) = \frac{400 - 15w}{80 - 2w} \quad \text{e} \quad y_{CG}(w) = \frac{400 + (w - 20)^2}{80 - 2w},$$

em que $x_{CG}$ é a coordenada horizontal e $y_{CG}$ é a coordenada vertical do centro de gravidade, tomando o canto inferior esquerdo como a origem.

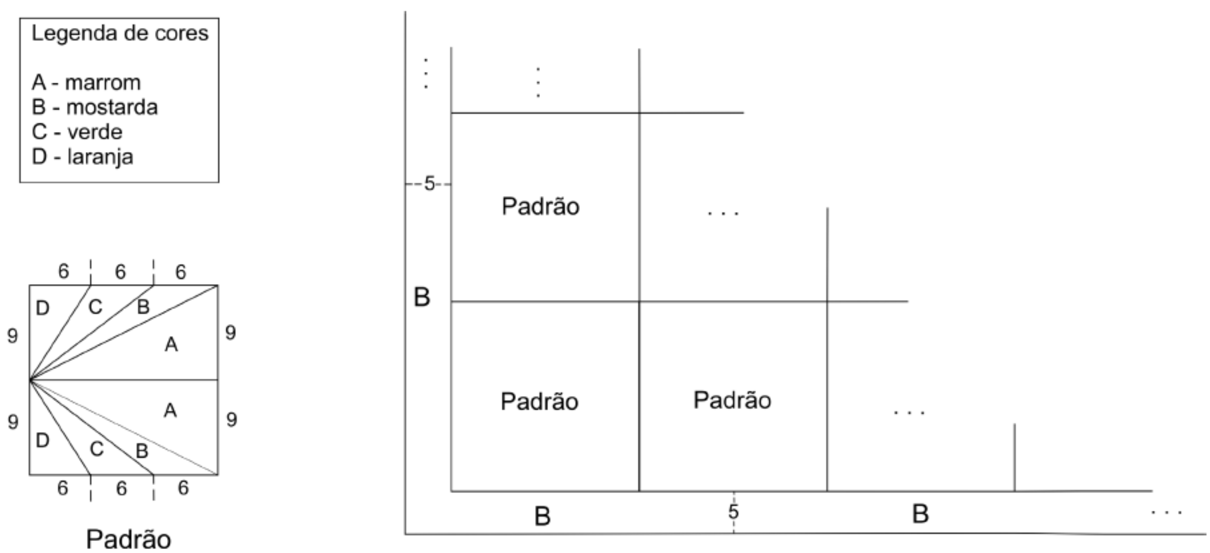
a) Defina A(w), a função que fornece a área da placa recortada em relação a w. Determine as coordenadas do centro de gravidade quando A(w) = 150 $cm^2$.

b) Determine uma expressão geral para $w(x_{CG})$, a função que fornece a dimensão w em relação à coordenada $x_{CG}$, e calcule $y_{CG}$ quando $x_{CG}$ = 7/2 cm.

# 6 Questão

### (FUVEST)

Um tapete deve ser bordado sobre uma tela de 2 m por 2 m, com as cores marrom, mostarda, verde e laranja, da seguinte forma: o padrão quadrado de 18 cm por 18 cm, mostrado abaixo, será repetido tanto na horizontal quanto na vertical; e uma faixa mostarda, de 5 cm de largura, será bordada em toda a volta do tapete, como na figura.



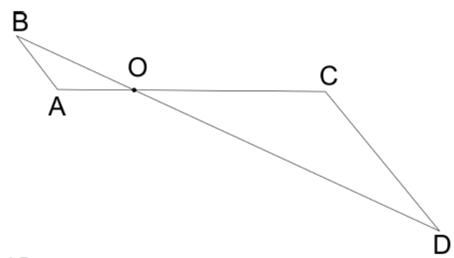

a) Qual o tamanho do maior tapete quadrado, como descrito acima, que pode ser bordado na tela? Quantas vezes o padrão será repetido?

b) Se com um novelo de lã pode-se bordar 400 $cm^2$, qual é o número mínimo de novelos de lã mostarda necessário para confeccionar esse tapete?

# 7 Questão

## (FUVEST)

Na figura abaixo, os segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ são paralelos, o ângulo $O\hat{A}B$ mede 120°, $AO = 3$ e $AB = 2$. Sabendo-se ainda que a área do triângulo OCD vale $600\sqrt{3}$,



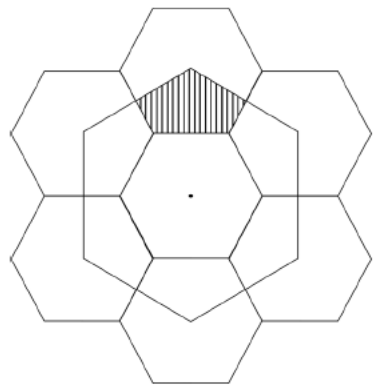

a) calcule a área do triângulo OAB.

b) determine OC e CD.

# 8 Questão

**(FUVEST)**

A figura representa sete hexágonos regulares de lado 1 e um hexágono maior, cujos vértices coincidem com os centros de seis dos hexágonos menores. Então, a área do pentágono hachurado é igual a



a) $3\sqrt{3}$

b) $2\sqrt{3}$

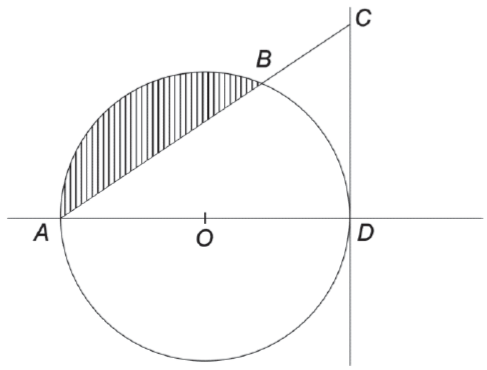
c) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

d) $\sqrt{3}$

e) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

# 9 Questão

## (FUVEST)




Na figura, a circunferência de centro $O$ é tangente à reta $\overleftrightarrow{CD}$ no ponto $D$, o qual pertence à reta $\overleftrightarrow{AO}$. Além disso, $A$ e $B$ são pontos da circunferência, $AB = 6\sqrt{3}$ e $BC = 2\sqrt{3}$. Nessas condições, determine

a) a medida do segmento $\overline{CD}$;

b) o raio da circunferência;

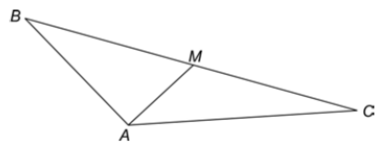
c) a área do triângulo $AOB$;

d) a área da região hachurada na figura.

# 10 Questão

## (FUVEST)

No triângulo $ABC$ da figura, a mediana $\overline{AM}$, relativa ao lado $\overline{BC}$, é perpendicular ao lado $\overline{AB}$. Sabe-se também que $BC = 4$ e $AM = 1$. Se $\alpha$ é a medida do ângulo $A\hat{B}C$, determine




a) $\operatorname{sen}\alpha$.

b) o comprimento $AC$.

c) a altura do triângulo $ABC$ relativa ao lado $\overline{AB}$.

d) a área do triângulo $AMC$.