Lista de Exercícios 12 - L12

Geometria Plana - Parte II

Tutor: Tomás S. R. Silva

E-mail: tomassrsilva@gmail.com
Website: www.lasca.ic.unicamp.br/~tomas

14 de Setembro de 2020

Resumo

O objetivo dessa lista é exercitar alguns conceitos básicos em geometria plana, como cálculo de áreas, ângulos, distâncias, etc.

Frase da semana

“As coisas serem de uma maneira não significa que elas não possam ser mudadas.- Merlí (Personagem da série do Netflix)

Instruções

1. Procure resolver a lista sem ajuda externa (i.e., calculadora, gabaritos online, etc). O objetivo dessa lista é criar familiaridade com o contexto geral das provas de vestibular, que não envolvem ajudas externas.

2. Procure resolver as questões da forma mais metodológica possível. Defina:

   (a) Qual a incógnita do problema? Reconheça de forma clara o que está sendo perguntado.

   (b) Quais conhecimentos você tem que podem ajudar a desvendar a incógnita? Pense sobre a carga teórica que pode te ajudar a resolver a questão.

   (c) Como manipular os dados do problema dentro da teoria para desvendar a incógnita? Analise os dados fornecidos e pense em como aplicá-los dentro da teoria a ser utilizada para resolver o problema.

   Apesar de parecer extenso, o método visa lhe fornecer agilidade e formalismo para a resolução de questões.

3. Classifique as questões de acordo com a dificuldade aparente: (F) para *FÁCIL*; (M) para *MÉDIO*; e (D) para *DIFÍCIL*. Aprender a classificar questões é uma habilidade importante, que pode lhe conferir agilidade na resolução de provas de vestibular. Resolva primeiramente as questões fáceis para ganhar tempo, e evolua a dificuldade conforme avança.

4. As questões mais difíceis (i.e., do tipo (D)) devem ser revisadas e repassadas, preferencialmente durante o horário da tutoria.

5. Não é necessário cronometrar o tempo de resolução da lista. Mas deve-se ter em mente uma estimativa do tempo que levou para resolvê-la :)

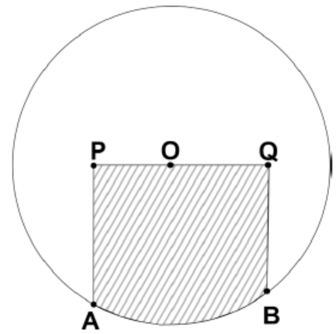
6. *Carpe Diem.* Matemática pode ser legal!

1 Questão

(FUVEST)

Na figura, estão representadas a circunferência C, de centro O e raio 2, e os pontos A, B, P e Q, de tal modo que:

1. O ponto O pertence ao segmento $\overline{PQ}$.
2. $OP = 1$, $OQ = \sqrt{2}$.
3. A e B são pontos da circunferência, $\overline{AP} \perp \overline{PQ}$ e $\overline{BQ} \perp \overline{PQ}$.



Assim sendo, determine:

a) A área do triângulo APO.

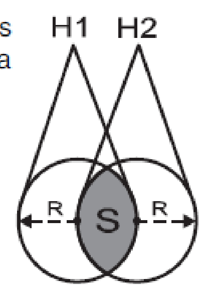
b) Os comprimentos dos arcos determinados por A e B em C.

c) A área da região hachurada.

2 Questão

(ENEM)

Dois holofotes iguais, situados em H1 e H2, respectivamente, iluminam regiões circulares, ambas de raio R. Essas regiões se sobrepõem e determinam uma região S de maior intensidade luminosa, conforme figura.



Área do setor circular: $A_{sc} = \frac{\alpha R^2}{2}$, α em radianos.

A área da região S, em unidades de área, é igual a

(A) $\frac{2\pi R^2}{3} - \frac{\sqrt{3}R^2}{2}$

(B) $\frac{(2\pi - 3\sqrt{3})R^2}{12}$

(C) $\frac{\pi R^2}{12} - \frac{R^2}{8}$

(D) $\frac{\pi R^2}{2}$

(E) $\frac{\pi R^2}{3}$

3 Questão

(FUVEST)

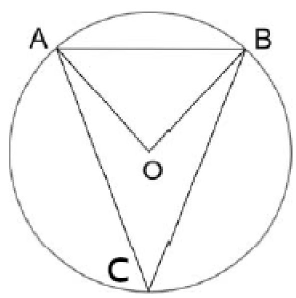
Na figura, os pontos A, B, C pertencem à circunferência de centro O e $BC = a$. A reta $\overleftrightarrow{OC}$ é perpendicular ao segmento $\overline{AB}$ e o ângulo $A\hat{O}B$ mede $\pi/3$ radianos. Então, a área do triângulo ABC vale

a) $\frac{a^2}{8}$

b) $\frac{a^2}{4}$

c) $\frac{a^2}{2}$

d) $\frac{3a^2}{4}$



4 Questão

(MACKENZIE)

Unindo-se os pontos médios dos lados de um hexágono regular H_1, obtém-se um hexágono regular H_2. A razão entre as áreas de H_1 e H_2 é

a) $\frac{4}{3}$

b) $\frac{6}{5}$

c) $\frac{7}{6}$

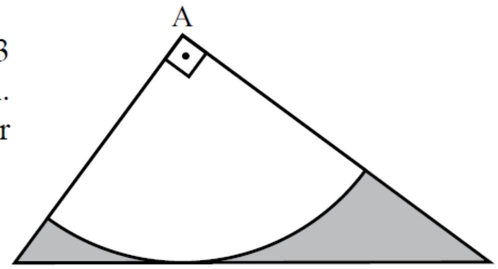
d) $\frac{3}{2}$

e) $\frac{5}{3}$

5 Questão

(MACKENZIE)

Na figura, os catetos do triângulo medem 3 e 4 e o arco de circunferência tem centro A. Dentre as alternativas, fazendo $\pi = 3$, o valor mais próximo da área assinalada é:



a) 3,15

b) 2,45

c) 1,28

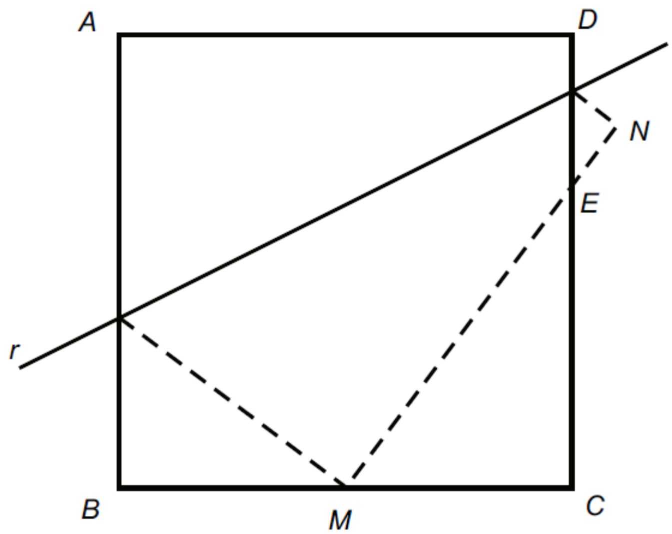
d) 2,60

e) 1,68

6 Questão

(UFMG)

Uma folha de papel quadrada, *ABCD*, que mede 12 *cm* de lado, é dobrada na reta *r*, como mostrado nesta figura:



Feita essa dobra, o ponto *D* sobrepõe-se ao ponto *N*, e o ponto *A*, ao ponto médio *M*, do lado *BC*.

É **CORRETO** afirmar que, nessas condições, o segmento *CE* mede

A) 7,2 *cm* .

B) 7,5 *cm* .

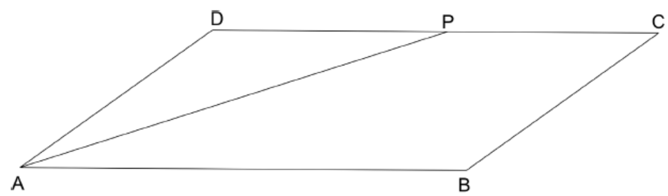
C) 8,0 *cm* .

D) 9,0 *cm* .

7 Questão

(FUVEST)

No paralelogramo ABCD abaixo, tem-se que $AD = 3$ e $D\hat{A}B = 30^o$. Além disso, sabe-se que o ponto P pertence ao lado $\overline{DC}$ e à bissetriz do ângulo $D\hat{A}B$.



a) Calcule AP.

b) Determine AB sabendo que a área do quadrilátero ABCP é 21.

8 Questão

(FUVEST)

Na figura, o triângulo ABC é retângulo com catetos $BC = 3$ e $AB = 4$. Além disso, o ponto D pertence ao cateto $\overline{AB}$, o ponto E pertence ao cateto $\overline{BC}$ e o ponto F pertence à hipotenusa $\overline{AC}$, de tal forma que $DECF$ seja um paralelogramo. Se $DE = 3/2$, então a área do paralelogramo $DECF$ vale

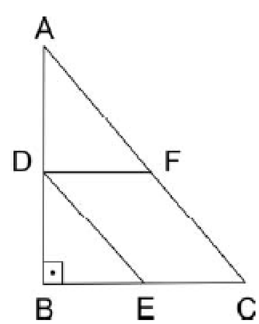
a) $\frac{63}{25}$

b) $\frac{12}{5}$

c) $\frac{58}{25}$

d) $\frac{56}{25}$

11



9 Questão

(FUVEST)

Os pontos A, B e C são colineares, $AB = 5$, $BC = 2$ e B está entre A e C. Os pontos C e D pertencem a uma circunferência com centro em A. Traça-se uma reta r perpendicular ao segmento $\overline{BD}$ passando pelo seu ponto médio. Chama-se de P a interseção de r com $\overline{AD}$. Então, $AP + BP$ vale

10 Questão

(IME)

Considere um triângulo ABC com lado BC igual a L. São dados um ponto D sobre o lado AB e um ponto E sobre o lado AC, de modo que sejam válidas as relações $\frac{DA}{DB} = \frac{EC}{EA} = m$, com m > 1. Pelo ponto médio do segmento DE, denominado M, traça-se uma reta paralela ao lado BC, interceptando o lado AB no ponto F e o lado AC no ponto H. Calcule o comprimento do segmento MH, em função de m e L.