

2ª Chamada de MA141 – 04/07/2017 – Turma Y

Nome: _____ Turma: Y RA: _____

Atenção: Respostas que não estejam acompanhadas de argumentos que as justifiquem serão desconsideradas! As contas feitas nas resoluções fazem parte do argumento e, portanto, não devem ser descartadas.

Pergunte ao seu professor se é permitido destacar a folha de perguntas.

Boa Prova!

1. Suponha que a matriz aumentada de um sistema linear seja

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 2 & 7 \\ 2 & 3 & a^2 - 1 & a + 1 \end{bmatrix} \quad \text{com} \quad a \in \mathbb{R}.$$

(a) (1pt) Determine os valores de a para os quais o sistema tem: solução única, infinitas soluções, nenhuma solução.

(b) (1pt) Encontre o conjunto solução em cada caso que o sistema é solúvel.

2. Determine se cada afirmação abaixo é **verdadeira** ou **falsa**.

(a) (1pt) Se A e B são matrizes que comutam com a matriz $M = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, quer dizer $AM = MA$ e $BM = MB$, então $AB = BA$.

(b) (1pt) Para todo par (m, n) de números naturais existem $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ e $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$ tais que $AB = I_m$ (matriz identidade $m \times m$).

(c) Se $\{V_1, V_2\}$ é uma base de autovetores de $A \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ então existem uma matriz invertível $S \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ e uma matriz diagonal $D \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ tais que $S^{-1}AS = D$.

3. Considere os planos \mathcal{P}_1 dado por $x - y - 2z = 10$ e \mathcal{P}_2 dado por $2x + y - 4z + 5 = 0$ assim como a reta \mathcal{R} dada pelas equações paramétricas: $x = 1 + \alpha, y = 1 - \alpha, z = 4 + 2\alpha$, i.e., $\mathcal{R} = \mathcal{R}_V^{P_0} = \{P_0 + \alpha V | \alpha \in \mathbb{R}\}$, onde $P_0 = (1, 1, 4)^t$ e $V = (1, -1, 2)^t$.

(a) (1pt) Encontre uma equação linear que descreva o plano \mathcal{P} que contém o ponto $(1, 0, -2)$ e é perpendicular a \mathcal{P}_1 e \mathcal{P}_2 .

(b) (1pt) Calcule a distância do plano \mathcal{P} à reta \mathcal{R} .

(c) (1pt) Calcule $\sphericalangle(\mathcal{R}, \mathcal{P}_2)$, o ângulo formado por \mathcal{R} e \mathcal{P}_2 , em termos de arccos ou arcsin.

4. Considere a elipse \mathcal{E} com focos em $(0, 2)^t$ e $(3, 5)^t$ e excentricidade $\sqrt{2}/2$.

(a) (0,75pt) Encontre os vértices, as retas diretrizes e a equação de \mathcal{E} no sistema rodado e transladado (\hat{x}, \hat{y}) .

(b) (1,25pt) Encontre os vértices, as retas diretrizes e a equação de \mathcal{E} com respeito às coordenadas x e y .