

Nome: \_\_\_\_\_ RA: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_ Y

**ESCOLHE DUAS DAS TRÊS QUESTÕES SEGUINTESS!!!**

*Justifique todas as suas respostas!!! Boa sorte!*

**Respostas não justificadas apropriadamente serão desconsideradas.**

**Coloque o seu RA na mesa e mostre o seu RA na hora de entregar o teste.**

---

1. Quais das afirmações seguintes são *verdadeiras*? Quais são *falsas*?

- (a) Se  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  é tal que  $A^T = A$  e  $X^T A X > 0 \forall X \neq 0 \in \mathbb{R}^n$ , então  $[[\cdot, \cdot]] : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n$  dado por  $[[X, Y]] = X^T A Y \forall X, Y \in \mathbb{R}^n$  representa um produto interno (1 pt).
- (b) Se  $D \in \mathbb{R}^{n \times n}$  é uma matriz diagonal, então  $[\cdot, \cdot] : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n$  dado por  $[X, Y] = X^T D Y \forall X, Y \in \mathbb{R}^n$  representa um produto interno (0,5 pt).

2. Considere o conjunto  $\mathcal{M} = \{1, x, x^2\}$  no espaço vetorial real  $\mathcal{C}([-1, 1])$  com o produto interno  $\langle \cdot, \cdot \rangle$  dado por

$$\langle f, g \rangle = \int_{-1}^1 f(x)g(x)dx.$$

Neste âmbito, resolve os problemas seguintes:

- (a) Calcule o ângulo entre a função constante 1 e a função  $x$ . (0,5 pt)
- (b) Determine uma base ortonormal para  $[\mathcal{M}]$ . (1 pt)

3. Escolhe um produto interno no espaço vetorial  $\mathbb{R}^{(\infty)}$  (1,5 pts).