1a	1b	2a	2b	3a	3b	4a	4b	4c	4d	$\sum$

ATENÇÃO: **Não é permitido destacar as folhas**

Prova substituitiva de MA327 — 26/11/2015, **08:00–10:00 hs**

NOME:____________________________ **Turma:**______ **RA:**______________

1. a) (0.5 pt) Escreva a definição de espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{R}$ i.e. espaço vetorial real. Defina soma direta de subespaços.

b1) (1.25 pt) Sejam $W_1 = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x+y+z = 0, y-t = 0\}$ and $W_2 = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^3 \mid x-y = 0, x + 2z = 0\}$. Verifique que W_1 e W_2 são subespaços de $\mathbb{R}^4$ e que $\mathbb{R}^4 = W_1 \oplus W_2$.

b2) (0.75 pt) Calcule bases para W_1 e W_2.

2. a) (0.5 pt) Defina uma transformação linear $T : V \to W$. Defina o núcleo $N(T)$ e a imagem $I(T)$.

b) Seja $T : \mathcal{P}_3 \to \mathcal{P}_3$ a transformação linear $T(f) = f' - 2f''$, onde $\mathcal{P}_3$ é o espaço vetorial de polinômios com coeficientes reais e grau no máximo 3.

b1) (1.00 pt) Sejam $B = \{1, x, x^2, x^3\}$ e $C = \{1, x+1, x^2+1, x^3+1\}$. Encontre as matrizes A_1 e A_2 tais que $A_1 = [T]_B^B$ e $A_2 = [T]_C^C$.

b2) (0.75 pt) Encontre uma matriz invertível P tal que $A_2 = P^{-1}A_1P$.

3. a) (0.75 pt) Seja $T : V \to V$ um operador linear, onde V tem dimensão finita e tem produto interno. Defina a adjunta $T^* : V \to V$. Defina espaço vetorial com produto interno. Defina os auto-valores e os auto-vetores de T.

b) Seja

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

.

b1) (1.25 pt) Calcule o polinômio característico de A, suas raízes e os auto-espaços de A;

b2) (1.25 pt) Ache uma matriz ortogonal P tal que P^tAP seja diagonal. Calcule A^k.

4. (2.0 pt) Responda falso ou verdadero (justificando):

a) existem subespaços W_1 e W_2 de $\mathbb{R}^9$ tais que $\dim W_1 = 6$, $\dim W_2 = 7$, $\dim(W_1 \cap W_2) = 3$;

b) existe operador linear $T : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ sem auto-valores;

c) a cônica $4x^2 + 10xy + 6y^2 - 1 = 0$ é uma elípse;

d) o complemento ortogonal de $W = \{(x_1, x_2, \ldots, x_{20}) \in \mathbb{R}^{20} \mid x_1 + x_2 + \ldots + x_{20} = 0, x_1 - 20x_2 = 0\}$ em $\mathbb{R}^{20}$ tem dimensão 3.

Incluir na prova, por favor, **todas** as "contas" feitas nas resoluções. Respostas não acompanhadas de argumentos que as justifiquem não serão consideradas.

Boa Prova!

1a	1b	2a	2b	3a	3b	4a	4b	4c	4d	$\sum$

ATENÇÃO: **Não é permitido destacar as folhas**

Prova substituitiva de MA327 — 26/11/2015, **21:00–23:00 hs**

NOME:______________________________ **Turma:**______ **RA:**______________

1. a) (0.5 pt) Escreva a definição de espaço vetorial sobre o corpo $\mathbb{R}$ i.e. espaço vetorial real. Defina soma direta de subespaços.

b1) (1.25 pt) Sejam $W_1 = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x - y + z = 0, y + t = 0\}$ and $W_2 = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y = 0, x - 2z = 0\}$. Verifique que W_1 e W_2 são subespaços de $\mathbb{R}^3$ e que $\mathbb{R}^4 = W_1 \oplus W_2$.

b2) (0.75 pt) Calcule bases para W_1 e W_2.

2. a) (0.5 pt) Defina uma transformação linear $T : V \to W$. Defina quando T é injetiva e quando T é isomorfismo.

b) Seja $T : \mathcal{P}_3 \to \mathcal{P}_3$ a transformação linear $T(f) = f' + 4f''$, onde $\mathcal{P}_3$ é o espaço vetorial de polinômios com coeficientes reais e grau no máximo 3.

b1) (1.00 pt) Sejam $B = \{1, x, x^2, x^3\}$ e $C = \{1, x - 1, x^2 - 1, x^3 - 1\}$. Encontre as matrizes A_1 e A_2 tais que $A_1 = [T]_B^B$ e $A_2 = [T]_C^C$.

b2) (0.75 pt) Encontre uma matriz invertível P tal que $A_2 = P^{-1}A_1P$.

3. a) (0.75 pt) Seja $T : V \to V$ um operador linear, onde V tem dimensão finita e tem produto interno. Defina quando T é auto-adjunto. Defina o polinômio característico de T. Defina espaço vetorial com produto interno.

b) Seja

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

.

b1) (1.25 pt) Calcule o polinômio característico de A, suas raízes e os auto-espaços de A;

b2) (1.25 pt) Ache uma matriz ortogonal P tal que P^tAP seja diagonal. Calcule A^k.

4. (2.0 pt) Responda falso ou verdadero (justificando):

a) existem subespaços W_1 e W_2 de $\mathbb{R}^5$ tais que $\dim W_1 = 3$, $\dim W_2 = 3$, $\dim(W_1 \cap W_2) = 1$;

b) existe operador linear $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ sem auto-valores;

c) a cônica $2x^2 - 10xy + 6y^2 - 1 = 0$ é uma elípse;

d) o complemento ortogonal de $W = \{(x_1, x_2, \ldots, x_5) \in \mathbb{R}^5 \mid x_1 + x_2 + \ldots + x_5 = 0, x_1 - x_2 = 0\}$ em $\mathbb{R}^5$ tem dimensão 3.

Incluir na prova, por favor, **todas** as "contas" feitas nas resoluções. Respostas não acompanhadas de argumentos que as justifiquem não serão consideradas.

Boa Prova!