

Nome: _____ RA: _____ Turma: A

Justifique todas as suas respostas! Boa sorte!

1. Considere uma maquina de lavar roupa equipada com controlador fuzzy baseada nas seguintes regras:

R¹: Se a roupa é “fina” e a sujeira é “fácil”, então lava-se “pouco tempo”.

R²: Se a roupa é “fina” e a sujeira é “difícil”, então lava-se “pouco tempo”.

R³: Se a roupa é “grossa” e a sujeira é “fácil”, então lava-se “em tempo médio”.

R⁴: Se a roupa é “grossa” e a sujeira é “difícil”, então lava-se “muito tempo”.

Sejam $X_1 = X_2 = \{0, 1, \dots, 5\}$. Sejam as expressões linguísticas “roupa fina”, “roupa grossa”, “sujeira fácil” e “sujeira difícil” respectivamente modelados por $N, G \in \mathcal{F}(X_1)$ e $F, D \in \mathcal{F}(X_2)$, onde

$$N = 1/0 + 1/1 + 1/2 + 0.5/3, \quad G = 0.5/3 + 1/4 + 1/5, \\ F = 1/0 + 1/1 + 0.75/2 + 0.5/3 + 0.25/4, \quad D = 0.25/1 + 0.5/2 + 0.75/3 + 1/4 + 1/5.$$

Além disso seja o universo Y dado por $Y = \{0, 5, \dots, 60\}$. Considere as expressões “pouco tempo”, “em tempo médio” e “muito tempo” dadas por $P = (0; 15; 30)$, $M = (15; 30; 45)$ e $U = (30; 45; 60)$ em $\mathcal{F}(Y)$.

Suponha que queremos lavar algumas calças jeans com grau de sujeira entre 2 e 4. Vamos então considerar a entrada $\tilde{A} = \tilde{A}_1 \times \tilde{A}_2 \in \mathcal{F}(X_1 \times X_2)$ com $\tilde{A}_1 = 0.5/3 + 1/4 + 0.5/5$ e $\tilde{A}_2 = (1; 3; 5)$ em $\mathcal{F}(\{0, \dots, 5\})$.

- (a) Utilize um SBRF tipo Mamdani para calcular a saída fuzzy $\tilde{B} \in \mathcal{F}(Y)$. [2 pts]
 (b) Determine o tempo de lavagem usando o método de defuzzificação “média dos máximos” [0.5 pts].
2. Sejam N, G, F, D, X_1, X_2 como no problema da questão anterior. Considere as seguintes regras providenciando um SBRF TS de ordem zero:

R¹: Se x_1 é N e x_2 é F , então $y = y^1 = 15$.

R²: Se x_1 é N e x_2 é D , então $y = y^2 = 15$.

R³: Se x_1 é G e x_2 é F , então $y = y^3 = 30$.

R⁴: Se x_1 é G e x_2 é D , então $y = y^4 = 45$.

- (a) Suponha que o consumidor, que usa a maquina, avalie a grossura da roupa como 4 e a sujeira como 3. Determine o tempo de lavagem em \mathbb{R} utilizando o SBRF TS com entrada(s) crisp e t -norma \wedge . [1 pt]
 (b) Seja \tilde{A} como na questão anterior. Calcule a saída real do sistema TS usando a t -norma \wedge . [0.5 pts]
 (c) Seja $\tilde{C} = \tilde{C}_1 \times \tilde{C}_2 \in \mathcal{F}(X_1 \times X_2)$ com $\tilde{C}_1 = (1; 3; 5)$ e $\tilde{C}_2 = (0; 2; 4)$ em $\mathcal{F}(\{0, \dots, 5\})$. Determine a saída real do sistema TS usando a t -norma do produto para calcular os pesos w_j . [1 pt]

3. Por um lado, considere o SBRF tipo Mamdani dado por

R¹: Se x_1 é A_1^1 e x_2 é A_2^1 , então y é B^1 .

R²: Se x_1 é A_1^2 e x_2 é A_2^2 , então y é B^2 .

Aqui, $A_i^k \in \mathcal{F}(\mathbb{R})$ para $k = 1, 2$ e $i = 1, 2$. Suponha também que B^1 e B^2 são conjuntos fuzzy em um domínio discreto Y tais que $\mu_{B^k} = \chi_{b^k}$, onde $b^k \in Y$ para $k = 1, 2$ com $b^1 \neq b^2$.

Por outro lado, considere o SBRF tipo Takagi-Sugeno de ordem zero da forma

R¹: Se x_1 é A_1^1 e x_2 é A_2^1 , então y é $y^1 = b^1$.

R²: Se x_1 é A_1^2 e x_2 é A_2^2 , então y é $y^2 = b^2$.

Mostre através de gráficos e fórmulas que o sistema TS (com \wedge) e o sistema Mamdani produzem a mesma saída real para uma *entrada crisp* se o método de defuzzificação do *centroide* for aplicado no sistema Mamdani. [2.5 pts]

4. Considere as matrizes $A \in [0, 1]^{3 \times 2}$ e $B \in [0, 1]^{4 \times 2}$ em baixo. Seja t_L a t -norma de Lukasiewicz dada por $x \ t_L \ y = 0 \vee (x + y - 1)$, cuja R -implicação \Rightarrow_L satisfaz $x \Rightarrow_L y = 1 \wedge (1 - x + y) \ \forall x, y \in [0, 1]$.

$$A = \begin{pmatrix} 0.7 & 0.7 \\ 0.8 & 0.4 \\ 0 & 0.8 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.3 \\ 0.2 & 0.6 \\ 0.7 & 0.3 \\ 0.3 & 0 \end{pmatrix}.$$

- (a) Verifique se existe uma matriz $W \in [0, 1]^{4 \times 3}$ tal que o produto $\max\text{-}t_L$ W vezes A é igual a B . (Observe que W , A e B podem ser consideradas relações fuzzy.) No caso afirmativo, determine uma matriz W com esta propriedade. [2 pts]
- (b) Existe uma outra matriz tal que o produto $\max\text{-}t_L$ com A é igual a B ? [0.5 pts]