

Nome: _____ RA: _____ Turma: A

Justifique todas as suas respostas. Boa sorte!

1. Seja N uma negação fuzzy e t uma t -norma. Considere o operador $I : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ definido por

$$I(x, y) = N(x t N(y)) \forall x, y \in [0, 1].$$

- (a) Mostre que I representa uma implicação fuzzy. [1.5 pts]
 (b) Seja $N(x) = 1 - x$ e $t(x, y) = x t y = 0 \vee (x + y - 1) \forall x, y \in [0, 1]$. Mostre que I é da forma $I(x, y) = N(x) s y \forall x, y \in [0, 1]$, onde $s(x, y) = x s y = 1 \wedge (x + y) \forall x, y \in [0, 1]$. (Dica: $-(x \vee y) = (-x) \wedge (-y) \forall x, y \in \mathbb{R}$.) [1 pt]
 (c) Determine a R -implicação \Rightarrow_R de t usando a equação seguinte e compare \Rightarrow_R com I [1.5 pts]

$$x \Rightarrow_R y = \bigvee \{z \in [0, 1] : x t z \leq y\}.$$

2. Seja \mathcal{R} a relação fuzzy dada por

$$\mathcal{R} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0.1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0.7 & 1 \end{pmatrix}.$$

- (a) Calcule a menor relação fuzzy transitiva \mathcal{R}_T que contem \mathcal{R} através do algoritmo seguinte: [1 pt]
 • Passo 1: $\mathcal{R}' = \mathcal{R} \cup (\mathcal{R} \circ \mathcal{R})$.
 • Passo 2: Se $\mathcal{R}' \neq \mathcal{R}$ então redefina $\mathcal{R} := \mathcal{R}'$ e volte ao Passo 1. No caso contrário, ponha $\mathcal{R}_T = \mathcal{R}$.
 (b) Verifique que \mathcal{R}_T representa uma ordem parcial fuzzy, quer dizer que \mathcal{R}_T é reflexivo, anti-simétrico e transitivo. [1 pt]
 3. A queda de voltagem ao longo de um elemento em um circuito elétrico é igual à corrente multiplicado pela resistência do elemento. Suponha que a corrente \tilde{I} , a resistência \tilde{R} e a voltagem \tilde{V} são modelados em termos de conjuntos fuzzy. Em particular, \tilde{I} e \tilde{R} são dados por

$$\tilde{I} = 0.8/0.5 + 1/1 + 0.8/1.5, \quad \tilde{R} = 0.5/500 + 0.9/750 + 1/1000 + 0.9/1250 + 0.5/1500.$$

- (a) Apresente a fórmula do cálculo (da função de pertinência) de $\tilde{I} \cdot \tilde{R}$ baseado no princípio de extensão. [0.5 pts]
 (b) Qual é o suporte de $\tilde{I} \cdot \tilde{R}$? [0.5 pts]
 (c) Encontre a voltagem $\tilde{V} = \tilde{I} \cdot \tilde{R}$ utilizando o princípio de extensão. De preferência inclua um passo intermediário. [1 pt]
 (d) \tilde{V} é um conjunto fuzzy convexo no universo dado por $\text{supp}(\tilde{V})$? Comente porque o fato que o produto de números fuzzy é um número fuzzy não pode ser aplicado neste caso. [0.5 pts]
 4. Sejam $A = (-1; 1; 3)$ e $B = (1; 3; 5)$. Calcule os α -cortes de A/B para $\alpha \in (0, 1]$. Lembre-se que os α -cortes de $(a; m; b)$ são dados por $[(m - a)\alpha + a, (m - b)\alpha + b] \forall \alpha \in (0, 1]$. [1.5 pts]