

MT540 - Turma A - Prova 1 - 04/10/2019

Nome:

RA:

Justifique as suas respostas através de demonstrações ou contra-exemplos! Boa prova!

1. Verifique se a afirmação seguinte é válida: Se $m, n \in \mathbb{N}$ e A é uma matriz $m \times n$ com entradas num reticulado distributivo \mathbb{L} , então

$$\bigvee_{i=1}^m \left(\bigwedge_{j=1}^n a_{ij} \right) = \bigwedge_{j=1}^n \left(\bigvee_{i=1}^m a_{ij} \right).$$

2. Apresente um exemplo de um par de reticulados $(\mathbb{M}, \leq_{\mathbb{L}})$ e $(\mathbb{L}, \leq_{\mathbb{L}})$ tal que $\mathbb{M} \subset \mathbb{L}$, mas $(\mathbb{M}, \leq_{\mathbb{L}})$ não é um subreticulado de $(\mathbb{L}, \leq_{\mathbb{L}})$.

3. Considere $\mathbb{I}^* = \{[a, b] \subseteq [0, 1] \mid a \leq b\}$ com a ordem parcial dada por

$$[a, b] \leq [c, d] \Leftrightarrow a \leq c \text{ and } b \leq d.$$

Sabemos que (\mathbb{I}^*, \leq) é um reticulado completo. Mostre que (\mathbb{I}^*, \leq) é um reticulado distributivo. (Dica: Pode usar o fato que um reticulado é distributivo se ele é isomorfo a um subreticulado de um reticulado distributivo.)

4. (a) Apresente um operador $C_1 : \mathbb{L}^2 \rightarrow \mathbb{L}$ que representa uma t -norma \mathbb{L} -fuzzy para todo reticulado completo \mathbb{L} .
- (b) Apresente um outro operador $C_2 : \mathbb{L}^2 \rightarrow \mathbb{L}$ que representa uma conjunção \mathbb{L} -fuzzy para todo reticulado completo \mathbb{L} . Verifique se C_2 é uma t -norma para todo reticulado completo \mathbb{L} .
- (c) Quais destas duas conjunções \mathbb{L} -fuzzy são dilatativas para todo reticulado completo \mathbb{L} ? (Lembre-se que uma conjunção $C : \mathbb{L}^2 \rightarrow \mathbb{L}$ é dilatativa se para todo $z \in \mathbb{L}$ tem-se que $C(z, \cdot) : \mathbb{L} \rightarrow \mathbb{L}$ é uma dilatação algébrica.)
- (d) Determine $I_i : \mathbb{L}^2 \rightarrow \mathbb{L}$, onde $i = 1, 2$, tal que $\forall y, z \in \mathbb{L}$ tem-se

$$I_i(z, y) = \bigvee \{x \in \mathbb{L} \mid C_i(z, x) \leq y\}.$$

- (e) Quais dos operadores $I_i : \mathbb{L}^2 \rightarrow \mathbb{L}$, onde $i = 1, 2$, são implicações \mathbb{L} -fuzzy?
- (f) Para quais dos operadores $I_i : \mathbb{L}^2 \rightarrow \mathbb{L}$, onde $i = 1, 2$, temos que $I_i(z, \cdot) : \mathbb{L} \rightarrow \mathbb{L}$ é uma erosão algébrica para todo reticulado completo \mathbb{L} e para todo $z \in \mathbb{L}$?