MS211 - Turma D - Prova 1, Parte 2 - 11/05/2023

Nome: RA:

Utilize **4 digitos decimais**! Boa sorte!

1. Existem casos em que a sequência gerada pelo método de Newton-Raphson não converge para um dado chute inicial ou até para nenhum chute inicial. O uso do método de Newton para sistemas não-lineares pode representar uma alternativa nestes casos.

   (a) Seja $\xi \in \mathbb{R}$ e $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função diferenciavel tal que $f'(\xi) \neq 0$. Mostre que $f(\xi) = 0$ se e somente se ξ é um ponto fixo da função ϕ dada por

   $$\phi(x) = x - \frac{f(x)}{f'(x)}.$$

   Lembre-se que ξ é um ponto fixo de ϕ se e somente se $\phi(\xi) = \xi$. [0.25 pts]

   (b) As observações do Item (a) sugerem encontrar um zero de $f(x) = 0$ através da resolução do sistema não-linear dado por

   $$\begin{cases} \phi(x) & = & y \\ \phi(y) & = & x \end{cases}$$

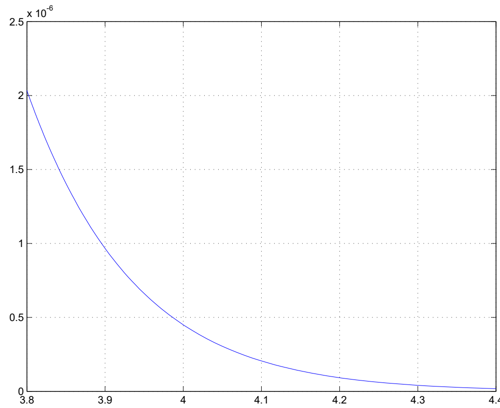
   Escreve este sistema não-linear para o caso especial $f(x) = xe^{-x^2}$. Simplifique a sua resposta. [0.25 pts]

   (c) Seja $z = (x, y)^T$. Aplique 2 passos do método de Newton ao sistema não-linear do Item (b) com a aproximação inicial $z^{(0)} = (x_0, y_0)^T = (-4, 4)^T$ e preenche os ... na tabela seguinte. Explique como você fez as contas, em particular qual é a matriz Jacobiana, como foram obtidos $s^{(0)}$, $s^{(1)}$, $z^{(1)}$ e $z^{(2)}$. [1.5 pts]

k	$z^{(k)}$	$F(z^{(k)})$	$\|\|F(z^{(k)})\|\|_\infty$	$\|\|s^{(k-1)}\|\|_\infty$	$s^{(k)}$
0	...	...	...	–	...
1	...	...	...	...	...
2	...	...	...	...	

   (d) A sequência dos $z^{(k)}$ parece convergir? No caso afirmativo, o que parece ser o limite? Qual é a consequência para a resolução de $f(x) = 0$, sendo $f(x) = xe^{-x^2}$. [0.25 pts]

   (e) A figura no verso mostra $f(x) = xe^{-x^2}$ em $[3.8, 4.4]$. Você acredita que o método de Newton-Raphson aplicado à resolução de $f(x) = 0$ converge com o chute inicial $x_0 = 4$? Justifique a sua resposta gráficamente. [0.25 pts]


x 10^-6
2.5
2
1.5
1
0.5
0
3.8
3.9
4
4.1
4.2
4.3
4.4