ATENÇÃO: **Não é permitido destacar as folhas**

$2^{\underline{a}}$ Prova de MA141 — 18/05/2015

NOME:________________________________ **Turma: R RA:**____________________

1. Sejam $\mathcal{R}$ e $\mathcal{L}$ retas tais que $A = (1,0,0)$, $B = (0,1,0) \in \mathcal{R}$ e $C = (1,1,2)$, $D = (1,0,1) \in \mathcal{L}$.

   (a) (1 pt) Mostre que $\mathcal{R}$ e $\mathcal{L}$ são reversas, quer dizer que $\mathcal{R} \cap \mathcal{L} = \emptyset$ e que $\mathcal{R}$ e $\mathcal{L}$ não são paralelas.

   (b) (1 pt) Encontre os planos $\mathcal{P}$ e $\mathcal{Q}$ tais que: $\mathcal{R} \subset \mathcal{P}$, $\mathcal{L} \subset \mathcal{Q}$ e $\mathcal{P}$ é paralelo a $\mathcal{Q}$ (Dica: escolhe $\mathcal{R} \times \mathcal{L}$ como vetor normal de $\mathcal{P}$).

   (c) (1 pt) Escolhe um ponto $P_0 \in \mathcal{P}$ e um ponto $P_1 \in \mathcal{Q}$ e calcule a norma da projeção ortogonal de $\overrightarrow{P_0P_1}$ sobre $V \times W$, onde V e W são vetores diretores de $\mathcal{R}$ e $\mathcal{L}$, respectivamente.

   (d) (1 pt) Encontre os pontos P em $\mathcal{R}$ e Q em $\mathcal{L}$ tais que a reta que passa por P e Q seja perpendicular a $\mathcal{R}$ e a $\mathcal{L}$.

2. (3 pts) Verifique se as afirmações abaixo são verdadeiras ou falsas. (Respostas sem justificativa não serão consideradas.)

   (a) Se $U, V \in \mathbb{R}^3$ são tais que $< U, V >= 0$ e $U \times V = 0$ então $U = 0 \in \mathbb{R}^3$ ou $V = 0 \in \mathbb{R}^3$.

   (b) Tem-se $U \times (V \times W) = (U \times V) \times W$ para todos $U, V, W \in \mathbb{R}^3$.

   (c) Qualquer plano $\mathcal{P}$ é igual a $\{\alpha V + \beta W + U | \alpha, \beta \in \mathbb{R}\}$ para alguns $U, V, W \in \mathbb{R}^3$ tais que V e W são unitários.

   (d) Seja $P_0 = (x_0, y_0, z_0)^T \in \mathbb{R}^3$ e $V \neq 0 \in \mathbb{R}^3$. $\mathcal{R}$ é a reta determinada por $\mathcal{R}\colon \dfrac{x - x_0}{v_1} = \dfrac{y - y_0}{v_2} = \dfrac{z - z_0}{v_3}$ se e somente se $\mathcal{R} = \{\alpha V + U | \alpha \in \mathbb{R}\}$, onde $V = (v_1, v_2, v_3)^T$ e $U = \overrightarrow{0P_0}$.

   (e) Todo plano $\mathcal{P}$ tem um número infinito de vetores normais.

   (f) Para $U, V, W \in \mathbb{R}^3$, o volume do paralelepípedo determinado por U, V e W é igual a $||proj_{V \times W}(U)|| \cdot ||V \times W||$.

3. Seja $\mathcal{P}$ o plano que tem o vetor normal $N = (5, -1, 1)^T$ e passa pelo ponto $(0, 2, 0)^T$ e seja $\mathcal{Q}$ o plano que é paralelo a $V = (2, 0, 3)^T$ e $W = (1, 3, -1)^T$ e que passa pelo ponto $(0, 0, 3)^T$.

   (a) (2 pts) Encontre as equações paramétricas de $\mathcal{P} \cap \mathcal{Q}$.

   (b) (1 pt) Calcule o volume do paralelepípedo determinado por N, V e $U = (0, -4, -5)^T$.

Incluir na prova, por favor, **todas** as "contas" feitas nas resoluções. Respostas não acompanhadas de argumentos que as justifiquem não serão consideradas.
Boa Prova!