MT 580 - Pós-Graduação - Prova 1

1. Sejam $\mathbb{L}$ e $\mathbb{M}$ reticulados completos e $\varphi : \mathbb{L} \to \mathbb{M}$ uma bijeção tal que $\varphi(a) \leq \varphi(b) \Leftrightarrow a \leq b$ $\forall a, b \in \mathbb{L}$. Verifique se φ é um homomorfismo de reticulados completos. [1 pt]

2. (a) Seja $A = (a; u; b) \in \mathcal{F}_{\mathbb{R}}$, onde $a, u, b \in \mathbb{R}$ com $a \leq u \leq b$. Determine $[A]^\alpha$ para $\alpha \in (0, 1]$ e $supp(A) = [A]^{0+}$ [1 pt]. Lembre-se que:

$$A(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x < a, \\ \frac{x-a}{u-a} & \text{se } a \leq x < u, \\ 1 & \text{se } x = u, \\ \frac{x-b}{u-b} & \text{se } u < x \leq b, \\ 0 & \text{se } b < x . \end{cases} \quad \forall x \in \mathbb{R} .$$

   (b) Mostre detalhadamente que a soma de dois números fuzzy triangulares $(a; u; b)$ e $(c; v; d)$, onde $a \leq u \leq b$ e $c \leq v \leq d$, é um número fuzzy triangular da forma $(e; w; f)$, onde $e \leq w \leq f$. [1 pt]

   (c) Verifique se para todos $a, u, b, c, v, d \in \mathbb{R}$ com $a \leq u \leq b$ e $c \leq v \leq d$ tem-se que o produto de $(a; u; b), (c; v; d) \in \mathcal{F}_{\mathbb{R}}$ é um número fuzzy triangular. [0,5 pts]

3. Mathias Fuzzinger mora em Fuzzylândia. Amanhã de manhã ele pretende viajar de trêm para Crispy City usando um trêm que sai às 8:10 hs na Plataforma 9 da estação central de Fuzzylândia. Para tanto, ele pretende ir de bike até a estação central e estacionar e amarrar a sua bike em frente da estação .

   O Mathias estima que vai demorar 30 minutos para se arrumar e tomar café de manhã. Segundo Goofy Maps, deve demorar 20 minutos para ir de bicicleta até o estacionamento de bicicletas e mais 5 minutos para se deslocar de lá até a Plataforma 9. Ele pretende chegar às 8 hs na Plataforma 9.

   Visto as incertezas envolvidas, ele utiliza $T_1 = (20; 30; 40)$, $T_2 = (16; 20; 24)$ e $T_3 = (4; 5; 6)$ para modelar os tempos gastos em casa, na bike e para estacionar a bike e se deslocar até a plataforma.

   Seja $X = [0, 12]$ o universo dos horários entre meia noite e meio-dia e seja $C_h \in \mathcal{F}(X)$ um conjunto fuzzy apropriado, definido em termos de h e S em baixo, que descreve o horário de chegada do Mathias na Plataforma 9 com saída da cama as h hs. Mais precisamente, $C_h(x)$ é a possibilidade que o horário de chegada do Mathias na Plataforma 9 é x se ele sai ás h horas da cama.

   (a) Determine $a, u, b \in \mathbb{R}$ tal que $S = (a; u; b)$ para $S = T_1 + T_2 + T_3$. [0,5 pt]

   (b) Determine $s = \bigvee\{h \in X \mid C_h(x) \leq 0.1 \, \forall x \in [8, 12]\}$. Interprete C_s geométricamente. [1 pt]

   (c) Determine $t = \bigvee\{h \in X \mid [C_h]^{0+} \cap [8, 12] = \emptyset\}$. [0,5 pt]

   (d) Interprete o significado de s e t. [0,5 pt]

Veja também as questões no verso!

4. Seja $X = \{x_1, x_2 \ldots, x_n\}$, onde $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$, e seja $|F| = \sum_{i=1}^{n} F(x_i)\ \forall F \in \mathcal{F}(X)$. Considere a relação fuzzy $\mathcal{S} \in \mathcal{F}(\mathcal{F}(X) \times \mathcal{F}(X))$ definida por:

$$\mathcal{S}(A, B) = \begin{cases} \frac{|A \cap B|}{|A \cup B|} & \text{se } A \cup B \neq \emptyset, \\ 1 & \text{caso contrário}. \end{cases} \quad \forall\, A, B \in \mathcal{F}(X)\,.$$

Quais das condições seguintes são satisfeitas por $\mathcal{S}$?

(a) Transitividade; [0,5 pt]

(b) Se $A \subseteq B \subseteq C$ então $\mathcal{S}(A, C) \leq \mathcal{S}(A, B) \wedge \mathcal{S}(B, C)$. [1 pt]

5. Seja $X = Y = \mathbb{R}$, $f(x) = \sin(x)\ \forall x \in X$ e $A = (0; \frac{\pi}{2}; \pi)$.

(a) Determine $f(A)$ e interprete o resultado geometricamente (como feito na aula). [1,5 pt]

(b) Determine $f^{-1}(B)$, onde $B = f(A)$, e interprete o resultado geometricamente. [1 pt]

Boa sorte!