

1. Suponha que o país Taxalândia quer avaliar carros segundo os dois critérios seguintes por determinar os impostos a serem cobrados:

- *Consumo de gasolina em litros por 100 km:*

Faixas 1 - 7: $[0, 5], (5, 10], (10, 15], (15 - 20], (20 - 25], (25 - 30], (30, \infty)$.

- *Emissão de CO_2 em gramas por km:*

Faixas 1 - 7: $[0, 100], (100, 120], (120, 140], (140 - 170], (170, 200], (200 - 250], (250, \infty)$.

Visto o fato que a Taxalândia é um país avançado, os responsáveis querem empregar uma abordagem fuzzy muito similar daquela discutida na aula para avaliar a condição financeira de empresas utilizando números fuzzy triangulares e trapezoidais. Porém, nenhum representante da Taxalândia participou das aulas de MS580. Se você for contatado pelo Ministro de Finanças da Taxalândia para apresentar uma resolução convincente e detalhada para este problema, qual seria a sua sugestão?

Dica: Construa números fuzzy apropriados A_i e B_i tais que

$$\sum_{i=1}^7 A_i(x) = 1 = \sum_{i=1}^7 B_i(x) \quad \forall x \geq 0.$$

Seja x o consumo de gasolina em litros por 100 km e y a emissão de CO_2 em gramas por km de um carro. Daí a pontuação deste carro é dada por:

$$P(x, y) = 0.5 \sum_{i=1}^7 i \cdot A_i(x) + 0.5 \sum_{i=1}^7 i \cdot B_i(y).$$

Utilize esta abordagem para avaliar os carros seguintes:

- (a) *Fiat 500:*

Consumo de gasolina em litros por 100 km: 5.1 l/100km; Emissão de CO_2 em gramas por km: 119 g/km.

- (b) *Porsche Boxster:*

Consumo de gasolina em litros por 100 km: 8.4 l/100km; Emissão de CO_2 em gramas por km: 195 g/km.

2. Seja $X = [0, 1]$. Seja $\mathcal{S} \in \mathcal{F}(X \times X)$ a relação fuzzy definida por:

$$\mathcal{S}(x, y) = (1 - y + x) \wedge (1 - x + y) \quad \forall x, y \in X.$$

Verifique se \mathcal{S} representa uma medida de similaridade, quer dizer, verifique se \mathcal{S} satisfaz as condições seguintes:

- (a) $\mathcal{S}(\bigwedge X, \bigvee X) = 0$;
 (b) Reflexividade;
 (c) Simetria;
 (d) Se $x \leq y \leq z$ então $\mathcal{S}(x, z) \leq \mathcal{S}(x, y) \wedge \mathcal{S}(y, z)$.

Veja as questões no verso!

3. Sejam $A = 0.5/-2 + 1/0 + 0.5/2$, $B = 1/2 + 0.75/3 + 0.5/4 + 0.25/5 \in \mathcal{F}(\mathbb{R})$.

- (a) A e B são números fuzzy?
- (b) Aplique o Princípio da Extensão para calcular:
 - i. $A + B$;
 - ii. A/B .

Interprete A , B , $A + B$ e A/B graficamente.

4. Sejam C e D os seguintes números fuzzy triangulares: $C = (-4; 0; 4)$ e $D = (2; 2; 6)$.

- (a) Calcule os α -cortes de $C + D$ para $\alpha \in (0, 1]$.
- (b) Interprete C , D e $C + D$ graficamente.
- (c) Compare $[C + D]^\alpha$ com $[A + B]^\alpha$ para $\alpha \in [0, 1]$, onde A e B são os conjuntos fuzzy da Questão 3. Especificamente determine os seguintes conjuntos:
 - i. $I = \{\alpha \in [0, 1] : [A + B]^\alpha = [C + D]^\alpha\}$;
 - ii. $J = \{\alpha \in [0, 1] : [A + B]^\alpha \subseteq [C + D]^\alpha\}$;
 - iii. $K = \{\alpha \in [0, 1] : [A + B]^\alpha \supseteq [C + D]^\alpha\}$.