MS 580 - Graduação - 2016 - Prova 1

1. Considere os reticulados completos $([0,1],\leq)$ e $\mathcal{P}([0,1]),\subseteq)$ Quais das afirmações seguintes são verdadeiras e quais são falsas?

   (a) O poset $([0.3,0.4)\cup(0.6,0.7],\leq)$ é um subreticulado completo de $([0,1],\leq)$. [0,5 pt]

   (b) O poset $(\mathbb{I},\subseteq)$, onde $\mathbb{I}=\{[a,b]\,|\,a\leq b\in[0,1]\}$ é um subreticulado de $\mathcal{P}([0,1]),\subseteq)$. [0,5 pt]

2. Seja $A=(a;u;b)\in\mathcal{F}_{\mathbb{R}}$, onde $a,u,b\in\mathbb{R}$ com $a\leq u\leq b$. Determine $[A]^{\alpha}$ para $\alpha\in(0,1]$ e $supp(A)=[A]^{0+}$ [1 pt]. Lembre-se que:

$$A(x)=\begin{cases}0 & \text{se } x<a,\\ \frac{x-a}{u-a} & \text{se}\, a\leq x<u,\\ 1 & \text{se } x=u,\\ \frac{x-b}{u-b} & \text{se}\, u<x\leq b,\\ 0 & \text{se } b<x\,.\end{cases}\qquad\forall\,x\in\mathbb{R}\,.$$

3. Mathias Fuzzinger mora em Fuzzylândia. Amanhã de manhã ele pretende viajar de trêm para Crispy City usando um trêm que sai às 8:10 hs na Plataforma 9 da estação central de Fuzzylândia. Para tanto, ele pretende ir de bike até a estação central e estacionar e amarrar a sua bike em frente da estação .

   O Mathias estima que vai demorar 30 minutos para se arrumar e tomar um café de manhã. Segundo Goofy Maps, deve demorar 20 minutos para ir de bicicleta até o estacionamento de bicicletas e mais 5 minutos para se deslocar de lá até a Plataforma 9. Ele pretende chegar às 8 hs na Plataforma 9.

   Visto as incertezas envolvidas, ele utiliza $T_1=(20;30;40)$, $T_2=(16;20;24)$ e $T_3=(4;5;6)$ para modelar os tempos gastos em casa, na bike e para estacionar a bike e se deslocar até a plataforma.

   Seja $X=[0,12]$ o universo dos horários entre meia noite e meio-dia e seja $C_h\in\mathcal{F}(X)$ um conjunto fuzzy apropriado, definido em termos de h e S em baixo, que descreve o horário de chegada do Mathias na Plataforma 9 com saída da cama as h hs. Mais precisamente, $C_h(x)$ é a possibilidade que o horário de chegada do Mathias na Plataforma 9 é x se ele sai ás h horas da cama.

   (a) Determine $S=T_1+T_2+T_3$ (Dica: Utilize o fato que $(a;u;b)+(c;v;d)=(a+c;u+v;b+d)$). [0,5 pt]

   (b) Determine $s=\bigvee\{h\in X\mid C_h(x)\leq 0.1\,\forall x\in[8,12]\}$. (Dica: Pode utilizar a fórmula de um α-corte da Questão 2). Interprete C_s geométricamente. [1 pt]

   (c) Determine $t=\bigvee\{h\in X\mid [C_h]^{0+}\cap[8,12]=\emptyset\}$. [0,5 pt]

   (d) Interprete o significado de s e t. [0,5 pt]

4. Seja $X=Y=\mathbb{R}$, $f(x)=\sin(x)\;\forall x\in X$ e $A=(0;\frac{\pi}{2};\pi)$. Determine $f(A)$ e interprete o resultado geometricamente (como feito na aula). [1,5 pt]

Veja também as questões no verso!

5. Seja $X = \{1, 2 \ldots, 5\}$. Considere a relação fuzzy $\mathcal{R} \in \mathcal{F}(X \times X)$ definida por:

$$\mathcal{R}(x, y) = \frac{1}{xy} \quad \forall x, y \in X.$$

   (a) Calcule $\mathcal{R} \circ \mathcal{R}$. [1 pt]

   (b) Quais das condições seguintes são satisfeitas por $\mathcal{R}$?

      i. Reflexividade; [0,5 pt]

      ii. Simetria; [0,5 pt]

      iii. Anti-Simetria; [0,5 pt]

      iv. Transitividade. [0,5 pt]

Boa sorte!