$1^{\underline{a}}$ Prova de MA141 – 04/04/2017 – Turmas da Noite

Nome:____ **Turma:** **RA:**____________

Atenção: Respostas que não estejam acompanhadas de argumentos que as justifiquem serão desconsideradas! As contas feitas nas resoluções fazem parte do argumento e, portanto, não devem ser descartadas. Em todos os exercícios, suponha que as matrizes consideradas tenham entradas em $\mathbb{R}$. Não é permitido destacar a folha de perguntas! Boa Prova!

1. Dado $a \in \mathbb{R}$, considere o sistema $\begin{cases} x + y + az = 1 \\ x + ay + z = a \\ ax + y + z = a^2 \end{cases}$.
   (a) (1pt) Determine os valores de a para os quais o sistema tem: solução única, infinitas soluções, nenhuma solução.
   (b) (1pt) Encontre o conjunto solução $\mathcal{S}$ em cada caso que o sistema é solúvel ($\mathcal{S} \neq \emptyset$) .

2. Determine se cada afirmação abaixo é **verdadeira** ou **falsa**.
   (a) (1pt) Se A é uma matriz quadrada satisfazendo $A^3 = A$, então $A = I$ ou $A = 0$.
   (b) (1pt) Se A é uma matriz $m \times n$ com $m < n$, então o correspondente sistema *homogêneo* possui múltiplas soluções.
   (c) (1pt) Se A, B e C são matrizes $n \times n$, então $\det(A(B + C)) = \det(AB) + \det(AC)$.
   (d) (1pt) Se A é uma matriz invertível, então ela *não* é a *matriz aumentada* de um sistema linear solúvel.

3. (2pts) Calcule o determinante e a inversa da matriz $\begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 5 & -2 \\ 4 & -2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$.

4. Para cada item abaixo, faça o seguinte: Sejam A e B respetivamente a matriz e o vetor constante seguinte. Interprete as equações que compõem $AX = B$ *geométricamente*. Determine o conjunto das soluções $\mathcal{S}_{A|B}$ *algébricamente* e *geométricamente*.
   (a) (1 pt) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \end{bmatrix}$;
   (b) (1 pt) $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 5 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}$.