$2^{\underline{a}}$ Prova de MA141 – 16/05/2017 – Turma Y

Nome:____ **RA:**________________

Atenção: Respostas que não estejam acompanhadas de argumentos que as justifiquem serão desconsideradas! As contas feitas nas resoluções fazem parte do argumento e, portanto, não devem ser descartadas.
Não é permitido destacar a folha de perguntas! As respostas devem ser muito bem **legíveis**.
Boa Prova!

1. Sejam $\mathcal{R}_V^U = \{U + \alpha V \mid \alpha \in \mathbb{R}\}$ e $\mathcal{R}_W^U = \{U + \beta W \mid \beta \in \mathbb{R}\}$, onde $U = (3, -3, 0)^t$, $V = (-2, 2, 4)^t$ e $W = (2, 1, -1)^t$. Seja $\mathcal{P}$ o plano que contem $\mathcal{R}_V^U$ e $\mathcal{R}_W^U$.
   (a) (2pts) Determine o ângulo entre $\mathcal{R}_V^U$ e $\mathcal{R}_W^U$. Vertifique que existe uma reta $\mathcal{R} \subset \mathcal{P}$ tal que $P_0 = (3, -3, 0)^t \in \mathcal{R}$ e tal que $\sphericalangle(\mathcal{R}, \mathcal{R}_V^U) = \sphericalangle(\mathcal{R}, \mathcal{R}_W^U) = 30°$. Determine $\mathcal{R}$. (Lembre-se que em radianos tem-se $\cos(\frac{\pi}{3}) = \frac{1}{2}, \cos(\frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2}, \cos(\frac{\pi}{6}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.)
   (b) (1pt) Encontre a interseção da reta $\mathcal{R}$ encontrada no item (a) com o plano $\mathcal{Q}$ dado por $x + y - z = 1$.

2. Determine se cada afirmação abaixo é **verdadeira** ou **falsa**.
   (a) (1pt) Para quaisquer dois vetores $V, W \in \mathcal{R}^3$, $\|V\|^2 + \|W\|^2 - \|V - W\|^2 = 2\langle V, W\rangle$.
   (b) (1pt) Para quaisquer $U, V, W \in \mathbb{R}^3$, $U \times (V \times W) = (U \times V) \times W$.

3. (1pt) Calcule o volume de um paralelepípedo que tem suas arestas determinadas pelos vetores $U = (2, 0, -1)^t$, $V = (0, 2, -1)^t$ e $W = (1, 1, -2)^t$.

4. (a) (1,5pt) Encontre equações lineares que descrevem os dois planos $\mathcal{P}$ e $\mathcal{Q}$ que têm $N = (1, 1, 1)^t$ como vetor normal e distam $\sqrt{5}$ do ponto $\bar{P} = (1, 1, 1)^t$.
   (b) (1,5pt) Encontre as projeções ortogonais do ponto $P_1 = (1, 0, 1)^t$ nos planos $\mathcal{P}$ e $\mathcal{Q}$. (A projeção ortogonal de um ponto P_1 em um plano $\mathcal{P}$ é o único ponto $P^* \in \mathcal{P} \cap \mathcal{R}$, onde $\mathcal{R}$ é a reta que contém P_1 e que é perpendicular a $\mathcal{P}$.)
   (c) (1pt) Seja $\mathcal{R}$ a reta que passa por $\bar{P} = (1, 1, 1)^t$ e $P_1 = (1, 0, 1)^t$. Calcule o ângulo que $\mathcal{R}$ forma com os planos $\mathcal{P}$ e $\mathcal{Q}$, quer dizer $\sphericalangle(\mathcal{R}, \mathcal{P}) = \sphericalangle(\mathcal{R}, \mathcal{Q})$ (Pode deixar na forma $\arccos\ldots$ ou $90° - \arccos\ldots$).