MT 580 - Pós-Graduação - Prova 2 - 14/12/2016 - Nome e RA:

1. Seja N uma negação involutiva. Suponha que $s, t : [0,1]^2 \to [0,1]$ satisfazem:

$$x\,t\,y = N((N(x)\,s\,N(y))\,\forall\, x, y \in [0,1].$$

Mostre que t é t-norma se e somente se s é uma s-norma [1,5 pts].

2. Quais das afirmações seguintes são verdadeiras e quais são falsas?

   (a) Para qualquer implicação fuzzy $\to_{\mathcal{F}}$ temos $1 \to_{\mathcal{F}} y = y\ \forall y \in [0,1]$ [0,5 pt].

   (b) Se t é uma t-norma e $\to_t$ a sua R-implicação, então $x\,t\,(x \to_t y) \le y\ \forall x, y \in [0,1]$. [1 pt]

   (c) Se t é uma t-norma, então $x \wedge y \ge x\,t\,y\ \forall x, y \in [0,1]$. (Prove se for verdadeiro.) [0,5 pt]

   (d) $\wedge$ e $\vee$ são duais com respeito à negação involutiva $N_{\pm}(x) = \frac{1-x}{1+x}\ \forall x \in [0,1]$. (Não precisa mostrar que $N_{\pm}$ é uma negação involutiva. Pode assumir isto.) [0,5 pts]

3. A Tripsy Viajadeira estuda literatura norte-americana na USP e já está de férias. Atualmente, ela está visitando o seu irmão Alex que estuda Modelagem Fuzzy no Dept. of Math. and Statistical Sciences da Univ. de Denver. Já que o Alex se encontra na época de provas, ela tem que almoçar sozinha no restaurante por alguns dias. Nos E.U.A., deve-se dar uma gorjeta adicional que não está inclusa na conta. Visto o fato que a Tripsy não consegue calcular o valor de uma gorjeta apropriada, o Alex desenvolveu a TripsyTipsyApp (TTApp) para o smartphone da Tripsy. A TTApp calcula automáticamente uma gorjeta apropriada em termos de uma percentagem da conta no restaurante baseada nas avaliações da comida e do serviço. A versão atual da TTApp está baseada em Tagaki-Sugeno e utiliza as regras seguintes:

R_1 : Se o serviço foi ruim (R) e a comida foi horrível (H), então a gorjeta é pequena.

R_2 : Se o serviço foi bom (B) e a comida **não** foi horrível, então a gorjeta é média.

R_3 : Se o serviço foi excelente (E) e a comida foi deliciosa (D), então a gorjeta é generosa.

Seguem algumas detalhes de implementação da TTApp: Foram utilizados $X_1 = X_2 = [0, 10]$, $R = (0; 0; 4), B = (1; 5; 9), E = (6; 10; 10) \in \mathcal{F}(X_1)$, e $H = (0; 0; 1; 4), D = (7; 9; 10; 10) \in \mathcal{F}(X_2)$. Além disso, a TTApp emprega

$$y^1 = f^1(x_1, x_2) = 10 + \frac{x_1 + x_2}{2}, y^2 = f^2(x_1, x_2) = 15, y^3 = f^3(x_1, x_2) = 15 + \frac{x_1 + x_2}{2}.$$

Veja a continuação no verso!

Hoje a Tripsy almoçou no restaurante Pearwasp's e deu a nota 7 para o serviço e a nota 8 para a comida. O garçon trouxe uma conta de $\$20,00$.

(a) Para cada regra R_1, R_2 e R_3, apresente uma interpretação gráfica dos antecedentes, das suas ativações baseadas nas notas da Tripsy e dos pesos w^1, w^2 e w^3 que determinem a saída do sistema de inferência fuzzy Takagi-Sugeno. [1,5 pts]

(b) Quais são os valores de w^1, w^2 e w^3? Qual é o resultado obtido em termos de % da conta? Qual foi o valor total que a Tripsy pagou? [1 pt]

4. Considere a regra "Se a banana está amarela, então ela está madura". Seja $X = [530, 597]$ (em nm) o conjunto de comprimentos de onda possíveis para bananas e seja $Y = [0, 25]$ o conjuntos das percentagens de açucar possíveis para bananas. Seja $A = (530; 590; 597; 597)$ o conjunto fuzzy "amarelo"e $M = (0; 19; 25; 25)$ o conjunto fuzzy "maduro". Seja t_P a t-norma do produto, $\to_P$ a sua R-implicação , quer dizer a implicação de Goguen. Seja $\mathcal{R}_P^{A,M}(x, y) = A(x) \to_P M(y)$ $\forall x \in X, y \in Y$.

   (a) Usando os seus conhecimentos adqueridos na aula, o que pode afirmar referente $\mathcal{R}_P^{A,M}(A) = A \circ_P \mathcal{R}_P^{A,M}$ e porque? (Lembre-se que $\circ_P$ denota o produto sup-t_P.) [0,5 pt]

   (b) Usando esta modelagem e um conjunto fuzzy "muito maduro"modelado usando o modificador linguístico de potência $m(A) = A^p$ para um parâmetro $p > 1$, pode-se dizer ""Se a banana está muito amarela, então ela está muito madura"? Em outras palávras, obtemos $\mathcal{R}_P^{A,M}(A^p) = M^p$ se $p > 1$? Caso contrário, o que obtemos e porque? [0,5 pt]

   (c) Dado uma banana com um comprimento de onda aproximadamente igual a 560 nm, modelado por $\tilde{A} = (550; 560; 570)$, estime a percentagem de açucar nela. Esta percentagem é obtida através da defuzzificação de $\tilde{M} = \mathcal{R}_P^{A,M}(\tilde{A})$ usando o método "centro dos máximos". (Dica: Não é necessário determinar $\tilde{M}(y)$ para todos $y \in Y$.) Interprete $A, \tilde{A}, M$ e $\mathcal{G}_{\tilde{M}}$, o conjunto dos máximos globais de $\tilde{M}$, gráficamente. [2,5 pts]

Boa sorte!