MS 580 - Graduação - 2016 - Prova 2 - 14/12/2016 - Nome e RA:

1. Seja N uma negação involutiva. Suponha que $C, I : [0,1]^2 \to [0,1]$ satisfazem:

$$C(x,y) = N(I(x, N(y)) \, \forall \, x, y \in [0,1].$$

Mostre que C é uma conjunção se e somente se I é uma implicação [1pt].

2. Quais das afirmações seguintes são verdadeiras e quais são falsas?

(a) O operador $T_D : [0,1]^2 \to [0,1]$ dado por

$$T_D(x,y) = x \, t_D \, y = \begin{cases} y, & \text{se } x = 1 \\ x, & \text{se } y = 1 \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

é uma t-norma. [1,5 pts]

(b) Se t é uma t-norma, então $x \wedge y \geq x \, t \, y \; \forall x, y \in [0,1]$. (Prove se for verdadeiro.) [0,5 pt]

(c) Se $\to_{\mathcal{F}}$ é uma implicação fuzzy, s é uma s-norma e N é uma negação involutiva, então $x \to_{\mathcal{F}} y = N(x) \, s \, y \; \forall x, y \in [0,1]$. [0,5 pt]

(d) $\vee$ e $\wedge$ são duais com respeito à negação involutiva $N_{\pm}(x) = \frac{1-x}{1+x} \; \forall x \in [0,1]$. (Não precisa mostrar que $N_{\pm}$ é uma negação involutiva. Pode assumir isto.) [1 pt]

3. A Tripsy Viajadeira estuda literatura norte-americana na USP e já está de férias. Atualmente, ela está visitando o seu irmão Alex que estuda Modelagem Fuzzy no Dept. of Math. & Statistical Sciences da Univ. de Denver. Já que o Alex se encontra na época de provas, ela tem que almoçar sozinha no restaurante por alguns dias. Nos E.U.A., deve-se dar uma gorjeta adicional que não está inclusa na conta. Visto o fato que a Tripsy não consegue calcular o valor de uma gorjeta apropriada, o Alex desenvolveu a TripsyTipsyApp (TTApp) para o smartphone da Tripsy. A TTApp calcula automáticamente uma gorjeta apropriada em termos de uma percentagem da conta no restaurante baseada nas avaliações da comida e do serviço. A versão atual da TTApp está baseada em Tagaki-Sugeno e utiliza as regras seguintes:

R_1 : Se o serviço foi ruim (R) e a comida foi horrível (H), então a gorjeta é pequena.

R_2 : Se o serviço foi bom (B) e a comida **não** foi horrível, então a gorjeta é média.

R_3 : Se o serviço foi excelente (E) e a comida foi deliciosa (D), então a gorjeta é generosa.

Seguem algumas detalhes de implementação da TTApp: Foram utilizados $X_1 = X_2 = [0, 10]$, $R = (0; 0; 4), B = (1; 5; 9), E = (6; 10; 10) \in \mathcal{F}(X_1)$, e $H = (0; 0; 1; 4), D = (7; 9; 10; 10) \in \mathcal{F}(X_2)$. Além disso, a TTApp emprega

$$y^1 = f^1(x_1, x_2) = 10 + \frac{x_1 + x_2}{2}, y^2 = f^2(x_1, x_2) = 15, y^3 = f^3(x_1, x_2) = 15 + \frac{x_1 + x_2}{2}.$$

Veja a continuação no verso!

Hoje a Tripsy almoçou no restaurante Pearwasp's e deu a nota 7 para o serviço e a nota 8 para a comida. O garçon trouxe uma conta de $\$20,00$.

(a) Para cada regra R_1, R_2 e R_3, apresente uma interpretação gráfica dos antecedentes, das suas ativações baseadas nas notas da Tripsy e dos pesos w^1, w^2 e w^3 que determinem a saída do sistema de inferência fuzzy Takagi-Sugeno. [1,5 pts]

(b) Quais são os valores de w^1, w^2 e w^3? Qual é o resultado obtido em termos de % da conta? Qual foi o valor total que a Tripsy pagou? [1 pt]

4. Considere a regra "Se a banana está amarela, então ela está madura". Seja $X = [530, 597]$ (em nm) o conjunto de comprimentos de onda possíveis para bananas e seja $Y = [0, 25]$ o conjuntos das percentagens de açucar possíveis para bananas. Seja $A = (530; 590; 597; 597)$ o conjunto fuzzy "amarelo"e $M = (0; 19; 25; 25)$ o conjunto fuzzy "maduro". Seja t_P a t-norma do produto, $\rightarrow_P$ a sua R-implicação , quer dizer a implicação de Goguen. Seja $\mathcal{R}_P^{A,M}(x, y) = A(x) \rightarrow_P M(y)$ $\forall x \in X, y \in Y$.

(a) Usando os seus conhecimentos adqueridos na aula, o que pode afirmar referente $\mathcal{R}_P^{A,M}(A) = A \circ_P \mathcal{R}_P^{A,M}$ e porque? (Lembre-se que $\circ_P$ denota o produto sup-t_P.) [0,5 pt]

(b) Usando esta modelagem e um conjunto fuzzy "muito maduro"modelado usando o modificador linguístico de potência $m(A) = A^p$ para um parâmetro $p > 1$, pode-se dizer ""Se a banana está muito amarela, então ela está muito madura"? Em outras palávras, obtemos $\mathcal{R}_P^{A,M}(A^p) = M^p \; \forall p > 1$? Caso contrário, o que obtemos e porque? [0,5 pt]

(c) Dado uma banana com o comprimento de onda $x^* = 560$ nm, estime a percentagem de açucar nela usando o resultado de $\mathcal{R}_P^{A,M}(A^*)$, onde $A^*(x^*) = 1$ e $A^*(x) = 0 \; \forall x \neq x^*$, e o método de defuzzificação "centro dos máximos". Interprete A, A^*, M e $M^* = \mathcal{R}_P^{A,M}(A^*)$ gráficamente. [2 pts]

Boa sorte!