Axiomas de Corpo

Um corpo K é um conjunto $\neq \emptyset$ com as operações $+$ e $\cdot$ que satisfazem para x, y, $z \in K$:

S$_1$ $x + (y + z) = (x + y) + z$ (associatividade de $+$).

S$_2$ Existe um elemento em K, denotado por 0, tal que $x+0 = 0+x = x$ (elemento neutro de $+$). É possível mostrar que existe um único 0.

S$_3$ Para todo $x \in K$ existe $y \in K$ tal que $x + y = y + x = 0$ (existência de oposto). (Pode-se provar que x admite um único oposto. Ele é denotado por $-x$)

S$_4$ $x + y = y + x$ (comutatividade de $+$)

M$_1$ $x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z$ (associatividade de $\cdot$)

M$_2$ Existe um elemento em K, denotado por 1, tal que $x \cdot 1 = 1 \cdot x = x$ (elemento neutro de $\cdot$). (É possível mostrar que existe um único 1.)

M$_3$ Para todo $x \in K$, $x \neq 0$ existe $y \in K$ tal que $x \cdot y = y \cdot x = 1$ (existência de inversa). Pode-se provar que $x \neq 0$ admite uma única inversa, que é denotada por x^{-1} ou por $1/x$.

M$_4$ $x \cdot y = y \cdot x$ (comutatividade de $\cdot$)

SM $x \cdot (y + z) = x \cdot y + x \cdot z$

Axiomas de Espaço Vetorial

Um espaço vetorial V sobre um corpo de escalares K é um conjunto não vazio com duas operações $+$ (soma) e $\cdot$ (produto por escalar). A operação $+$ é uma operação em V, isto é, $+ : V \times V \to V$. Já o produto por escalar é uma operação $\cdot : K \times V \to V$. Essas operações satisfazem as seguintes propriedades, para elementos $u, v, w \in V$ e $a, b \in K$:

S$_1$ $u + (v + w) = (u + v) + w$ (associatividade de $+$).

S$_2$ Existe um elemento em V, denotado por $\overrightarrow{0}$ (ou simplesmente 0) tal que $u + \overrightarrow{0} = \overrightarrow{0} + v = v$ (elemento neutro de $+$). É possível mostrar que existe um único $\overrightarrow{0}$.

S$_3$ Para todo $u \in V$ existe $v \in V$ tal que $u + v = v + u = \overrightarrow{0}$ (existência de oposto). (Pode-se provar que u admite um único oposto. Ele é denotado por $-u$).

S$_4$ $u + v = v + u$ (comutatividade de $+$).

P$_1$ $(ab) \cdot u = a \cdot (bu)$ (Associatividade do produto por escalar.).

P$_2$ $1 \cdot u = u$. (Elemento neutro do produto por escalar.)

SP$_1$ $a \cdot (u + v) = a \cdot u + b \cdot v$ e $(a + b) \cdot u = a \cdot u + b \cdot u$ (distributividade do produto por escalar).