MA-111 Cálculo I- 2a Lista

1. Se $f(x+1) = \frac{x-1}{\pi - x}$, ache $f\left(x\right)$ e encontre o domínio de f.

2. Sejam $f\left(x\right) = \frac{x^2-25}{x^2-1}$ e $g\left(x\right) = \sqrt{x}$. Dê o domínio das seguintes funções: f, g, $f \circ g$ e $g \circ f$.

3. Dada a função $f\left(x\right) = |x| - 2x$, calcule $f\left(-1\right)$, $f\left(1/2\right)$, $f\left(-2/3\right)$. Mostre que $f\left(|a|\right) = -\left|a\right|$.

4. Seja $f\left(x\right) = |x| - x$. Mostre que $f\left(x\right) = 0$ para $x \geq 0$ e $f\left(x\right) = -2x$ para $x < 0$. Faça o gráfico dessa função.

5. Sejam $f(x) = \sqrt{\dfrac{x+3}{x-3}}$ e $g(x) = \dfrac{\sqrt{x+3}}{\sqrt{x-3}}$. Determine o domínio da f e o domínio da g. É verdade que $f = g$.?

6. Nos exercícios abaixo determine o domínio máximo de definição de cada uma das funções dadas.

a. $y = \sqrt{x-2}$	b. $y = \sqrt{2-x}$	c. $y = \sqrt{x^2-9}$
d. $y = \sqrt{-x}$	e. $y = \sqrt[3]{x}$	f. $y = \sqrt[3]{-x}$
g. $y = \sqrt[3]{x-2}$	h. $y = \dfrac{1}{x^2-4}$	i. $y = \sqrt{x+5}$
j. $y = \sqrt{3-2x}$	k. $y = \sqrt{x^2-4x+3}$	l. $y = \sqrt{x^2+3x-10}$

7. Seja $f(x) = |x| - x$ Mostre que $f(x) = 0$ para $x \geq 0$ e $f(x) = -2x$ para $x < 0$. Faça o gráfico dessa função .

8. Seja $f\left(x\right) = \frac{1+x}{1-x}$. Mostre que $f\left(\frac{1}{1+x}\right) = \frac{2+x}{x}$, $f\left(\frac{1}{1-x}\right) = \frac{x-2}{x}$, $f\left(-x\right) = \frac{1}{f(x)}$, $f\left(1/x\right) = -f\left(x\right)$ e que $f\left(f\left(x\right)\right) = -1/x$.

9. Dê exemplo de uma função definida em $\mathbf{R}$ que seja contínua em todos os pontos exceto em $-1, 0, 1$.

10. Sabe-se que f é contínua em 2 e que $f(2) = 8$. Mostre que existe $\delta > 0$ tal que para todo $x \in Dom(f)$ que satisfaz

$$2 - \delta < x < 2 + \delta \Rightarrow f(x) > 7.$$

11. Seja f uma função definida em $\mathbf{R}$ e suponha que existe $M > 0$ tal que $|f(x) - f(p)| \leq M|x - p|$, para um certo $p \in \mathbf{R}$. Mostre que f é contínua em p.

12.

1. Calcule e justifique.

a) $\lim_{x \to 2} x^2$

b) $\lim_{x \to 1} (3x + 1)$

c) $\lim_{x \to -2} (4x + 1)$

d) $\lim_{x \to 10} 5$

e) $\lim_{x \to -9} 50$

f) $\lim_{x \to -1} (-x^2 - 2x + 3)$

g) $\lim_{x \to 4} \sqrt{x}$

h) $\lim_{x \to -3} \sqrt[3]{x}$

i) $\lim_{x \to -8} \sqrt{5}$

j) $\lim_{x \to 3} \dfrac{x^2 - 9}{x - 3}$

l) $\lim_{x \to 3} \dfrac{x^2 - 9}{x + 3}$

m) $\lim_{x \to -1} \dfrac{x^2 - 9}{x - 3}$

n) $\lim_{x \to \frac{1}{2}} \dfrac{4x^2 - 1}{2x - 1}$

o) $\lim_{x \to 1} \dfrac{\sqrt{x} - 1}{x - 1}$

p) $\lim_{x \to -\frac{1}{3}} \dfrac{9x^2 - 1}{3x + 1}$

q) $\lim_{x \to 3} \dfrac{\sqrt{x} - \sqrt{3}}{x - 3}$

r) $\lim_{x \to 3} \dfrac{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{3}}{x - 3}$

s) $\lim_{x \to 2} \dfrac{\sqrt[4]{x} - \sqrt[4]{2}}{x - 2}$

t) $\lim_{x \to 0} \dfrac{x^2 + 3x - 1}{x^2 + 2}$

u) $\lim_{x \to 1} \dfrac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{2x + 3} - \sqrt{5}}$

2. Determine L para que a função dada seja contínua no ponto dado. Justifique.

a) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^3 - 8}{x - 2} & \text{se } x \neq 2 \\ L & \text{se } x = 2 \end{cases}$ em $p = 2$

b) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{x} - \sqrt{3}}{x - 3} & \text{se } x \neq 3 \\ L & \text{se } x = 3 \end{cases}$ em $p = 3$

c) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{x} - \sqrt{5}}{\sqrt{x + 5} - \sqrt{10}} & \text{se } x \neq 5 \\ L & \text{se } x = 5 \end{cases}$ em $p = 5$

13. A afirmação

$$\text{“} \lim_{x \to p^+} f(x) = \lim_{x \to p^-} f(x) \Rightarrow f \text{ contínua em } p.\text{''}$$

é verdadeira ou falsa? Justifique.

14. Dada a função $f(x) = \frac{x^2-3x+2}{x-1}$, verifique que $\lim_{x\to 1^+} f(x) = \lim_{x\to 1^-} f(x)$. Pergunta-se: f é contínua em 1? Por quê?

15. Dê exemplo de uma função definida em $\mathbf{R}$ que não seja contínua em 2, mas que $\lim_{x\to 2^+} f(x) = \lim_{x\to 2^-} f(x)$.

16.

1. Calcule

a) $\lim_{x\to -1} \sqrt[3]{\frac{x^3+1}{x+1}}$ *b)* $\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{x^2+3}-2}{x^2-1}$

c) $\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt[3]{x+7}-2}{x-1}$ *d)* $\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt[3]{3x+5}-2}{x^2-1}$

2. Seja f definida em IR. Suponha que $\lim_{x\to 0} \frac{f(x)}{x} = 1$. Calcule

a) $\lim_{x\to 0} \frac{f(3x)}{x}$ *b)* $\lim_{x\to 0} \frac{f(x^2)}{x}$

c) $\lim_{x\to 1} \frac{f(x^2-1)}{x-1}$ *d)* $\lim_{x\to 0} \frac{f(7x)}{3x}$

3. Seja f definida em IR e seja p um real dado. Suponha que $\lim_{x\to p} \frac{f(x)-f(p)}{x-p} = L$. Calcule

a) $\lim_{h\to 0} \frac{f(p+h)-f(p)}{h}$ *b)* $\lim_{h\to 0} \frac{f(p+3h)-f(p)}{h}$

c) $\lim_{h\to 0} \frac{f(p+h)-f(p-h)}{h}$ *d)* $\lim_{h\to 0} \frac{f(p-h)-f(p)}{h}$