MA111 Turmas A e B - 1S 2011 - Teste 1

Nome: Gabarito RA: ________ 04/02/2011

Respostas sem justificativas serão desconsideradas. Bom trabalho!

1. Sejam x e y dois números reais.
   (a) (30pts) Dê uma demonstração para a seguinte afirmação: $x \neq y \Longrightarrow x^2+2xy < 2x^2+2y^2$.
   (b) (10pts) Vale a recíproca da afirmação acima?
2. Seja f uma função de uma variável real dada pela regra $f(x) = \frac{|2x-3|}{2x^2-3x+1}$.
   (a) (10pts) Qual o maior domínio possível para f?
   (b) (50pts) Estude o sinal e encontre as raízes de f.

1a) A inequação é equivalente a

$$0 < (x^2 - 2xy + y^2) + y^2$$

$$\Longleftrightarrow \quad (x-y)^2 + y^2 > 0$$

$$\Longleftrightarrow \begin{cases} (x-y) \neq 0 & (1) \\ \text{ou} & \\ y \neq 0\,. & (2) \end{cases}$$

Portanto $x \neq y$ é o mesmo que (1) acima, que já basta para garantir que a inequação vale.

1b) A equivalência mostrada acima diz que a inequação implica em (1) <u>ou</u> (2). Portanto (1) não está necessariamente garantido. Assim NÃO vale a recíproca.

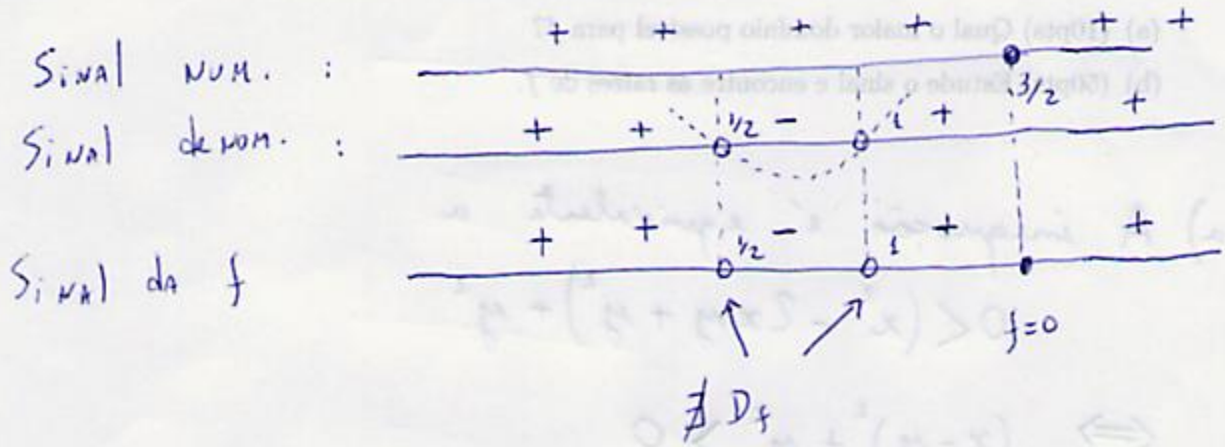
Um exemplo explícito: $x = y$ (= 1 digamos); vale a inequação mas não vale $x \neq y$.

2a) Não pode ter zero no denominador, portanto o domínio pode ser todos os reais menos as raízes de $2x^2 - 3x + 1$.

Raízes: $r_{1,2} = \dfrac{3 \pm \sqrt{9-8}}{4}$ $\nearrow r_1 = 1$, $\searrow r_2 = 1/2$.

Conclusão: Maior domínio possível é $D_f = \mathbb{R} \setminus \{1/2, 1\}$.

2b) $f(x) = 0 \iff |2x-3| = 0 \iff 2x-3 = 0 \iff x = 3/2$.



Resumindo: $f(x) < 0$ se $1/2 < x < 1$

$f(x) = 0$ se $x = 3/2$

$f(x) > 0$ se $x < 1/2$ ou $1 < x < 3/2$ ou $x > 3/2$

∎