Checklist - MA311

ou "*Como eu vou saber se estou preparado para a prova?*"
ou "*O que eu deveria aprender/ter aprendido neste curso?*"
ou "*Socorro! Faltam 2 dias para a prova, o que eu estudo?*"

Princípios básicos

- ☐ Saber o que é uma equação diferencial, o que é um PVI, e qual a diferença entre os dois.
- ☐ Saber verificar se uma função $x(t)$ é solução de uma equação diferencial ou de um PVI dado.
- ☐ Saber classificar equações diferenciais com respeito à ordem, linearidade e se é ordinária ou parcial.
- ☐ Saber as condições sobre f para que o PVI $y' = f(x, y)$, $y(x_0) = y_0$ tenha solução única.
- ☐ Saber representar geometricamente uma equação diferencial $y' = f(x, y)$ em termos do campo de direções[1], incluindo o método das isóclinas (incluindo representações computacionais).
- ☐ Saber usar o Mathematica, em especial os comandos `DSolve` e `NDSolve`, para resolver equações diferenciais e PVIs.

Equações de primeira ordem

- ☐ Saber resolver equações do tipo $y' + ay = b$ usando o método dos fatores integrantes.
- ☐ Saber resolver equações do tipo $y' + a(x)y = b(x)$ usando o método dos fatores integrantes.
- ☐ Saber resolver equações de Bernoulli $y' + a(x)y = b(x)y^n$ convertendo-a em uma equação linear por meio da substituição $u = y^{1-n}$.
- ☐ Saber resolver equações separáveis $M(x) + N(y)y' = 0$ por meio da determinação de um potencial V tal que $\nabla V = (M, N)$.
- ☐ Saber resolver equações exatas $M(x, y) + N(x, y)y' = 0$ por meio da determinação de um potencial V tal que $\nabla V = (M, N)$.
- ☐ Saber transformar equações do tipo $M(x, y) + N(x, y)y' = 0$ em equações exatas por meio da multiplicação por um fator integrante $\mu(x, y)$ que depende só de x ou só de y, e a seguir resolvê-las determinando um potencial V.
- ☐ Saber resolver equações do tipo $y'' = f(x, y')$ por meio de "redução de ordem", ou seja, efetuando a mudança de coordenadas $v = y'$, que transforma a equação em uma equação de primeira ordem.
- ☐ Saber resolver equações do tipo $y'' = f(y, y')$ por[2] meio de "redução de ordem" $v = y'$.

Equações de segunda ordem

- ☐ Conhecer a noção de funções linearmente dependentes e funções linearmente independentes.
- ☐ Saber usar o critério do Wronskiano para determinar a independência linear de funções.
- ☐ Saber usar o critério do Wronskiano para determinar se soluções de uma EDO são linearmente independentes.
- ☐ Conhecer a fórmula de Abel-Liouville para o Wronskiano.
- ☐ Saber resolver equações de segunda ordem homogêneas com coeficientes constantes $x'' + px' + qx = 0$ usando o método da equação característica, considerando os casos em que $\Delta > 0$, $\Delta = 0$ e $\Delta < 0$ (neste caso, saber usar a Fórmula de Euler para obter soluções reais).

[1] Não será cobrado.
[2] Este caso é bem difícil.

- ☐ Saber resolver equações de segunda ordem não-homogêneas com coeficientes constantes $x''(t) + px'(t) + qx(t) = f(t)$ usando o método dos coeficientes a determinar, considerando as várias possibilidades para $f(t)$, inclusive no caso em que $f(t)$ seja l.d. com as soluções da equação homogênea associada (redução de ordem).
- ☐ Saber resolver equações de segunda ordem não-homogêneas com coeficientes constantes $x''(t) + px'(t) + qx(t) = f(t)$ usando o método da variação de parâmetros.
- ☐ Saber resolver algumas equações de segunda ordem não-homogêneas e sem coeficientes constantes $x''(t) + p(t)x'(t) + q(t)x(t) = f(t)$ usando o método da redução de ordem (encontrar uma segunda solução, dada uma primeira solução - exemplo: Equação de Legendre).
- ☐ Repetir todos estes itens com equações de ordens superiores.

Transformada de Laplace

- ☐ Entender o funcionamento da transformada de Laplace, que converte o problema de resolver uma EDO no problema de resolver uma equação algébrica.
- ☐ Saber a definição da transformada de Laplace $\mathcal{L}\{f(t)\} = \int_0^\infty e^{-st} f(t)\, dt$ e as condições para sua existência.
- ☐ Saber as fórmulas para $\mathcal{L}\{f'(t)\}$ e $\mathcal{L}\{f''(t)\}$ em termos de $\mathcal{L}\{f(t)\}$.
- ☐ Saber aplicar $\mathcal{L}$ num PVI com equação $ax'' + bx' + c' = f(t)$ e transformá-lo numa equação algébrica em termos de $\mathcal{L}\{f(t)\}$.
- ☐ Saber calcular $\mathcal{L}^{-1}$ para obter a solução de um PVI $y(t)$ em termos da transformada de Laplace inversa de alguma expressão $x(t) = \mathcal{L}^{-1}\{\cdots\}$.
- ☐ Saber calcular transformadas de Laplace de várias funções (ou: saber construir a primeira coluna da tabela de transformadas de Laplace).
- ☐ Saber resolver a equação $ay'' + by' + cy = f(t)$ usando transformadas de Laplace para obter a solução
$$y(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{ \frac{(as+b)y(0) + ay'(0)}{as^2 + bs + c} + \frac{\mathcal{L}\{f(t)\}}{as^2 + bs + c} \right\}.$$
- ☐ Saber usar frações parciais para calcular $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{p(s)}{q(s)}\right\}$, onde p, q são polinômios.
- ☐ Saber calcular a transformada de Laplace $\mathcal{L}\{u_c(t)f(t-c)\} = e^{-cs}\mathcal{L}\{f(t)\}$, bem como a transformada inversa
$$u_c(t)f(t-c) = \mathcal{L}^{-1}\left\{e^{-cs}\mathcal{L}\left\{f(t)\right\}\right\},$$
e aplicar na resolução de um PVI, em particular o caso da transformada inversa do tipo $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{p(t)e^{at}}{q(t)}\right\}$.
- ☐ Saber calcular a transformada de Laplace $\mathcal{L}\{\delta(t-t_0)\} = e^{-st_0}$, bem como a transformada inversa do tipo $\delta(t-t_0) = \mathcal{L}^{-1}\left\{e^{-st_0}\right\}$ e aplicar na resolução de um PVI.
- ☐ Entender o que é o produto de convolução e sua relação com a solução de PVIs utilizando a transformada de Laplace.
- ☐ Saber como calcular a convolução de f e g, dada por $(f * g)(t) = \int_0^t f(t-\tau)g(\tau)\, d\tau$.
- ☐ Calcular o produto de convolução: se $F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}$ e $G(s) = \mathcal{L}\{g(t)\}$, então $F(s) \cdot G(s)$ é a transformada de Laplace de
$$h(t) = \int_0^t f(t-\tau)g(\tau)\, d\tau = \int_0^t f(\tau)g(t-\tau)\, d\tau,$$
ou seja,
$$F(s) \cdot G(s) = \mathcal{L}\{h(t)\} = H(s),\ s > a,$$
bem como calcular a transformada inversa
$$\mathcal{L}^{-1}\{F(s)G(s)\} = \int_0^t f(t-\tau)g(\tau)\, d\tau.$$