**IMECC/Unicamp**
**MA311 - Cálculo III**
**Prof. Ricardo Miranda Martins**
Teste 1 - 22 de março de 2024 - Gabarito

**Q1.** Encontre a solução geral da equação de Bernoulli $3y' + y = (1-2x)y^4$.

**Solução:**

Esta é uma equação de Bernoulli. Podemos reescrevê-la como

$$3y^{-4}y' + y^{-3} = (1-2x).$$

Seja $v = y^{-3}$. Então

$$v' = (-3)y^{-4}y',$$

ou seja,

$$y^{-4}y' = -v'/3.$$

Substituindo na equação temos

$$v' - v = 2x - 1,$$

que é uma equação de primeira ordem. Para resolvê-la precisamos de um fator integrante. Seja $\mu(x)$ tal fator. Comparando $\mu v' - \mu v$ com $\mu v' + \mu' v$, temos que $\mu$ precisa satisfazer $\mu' = -\mu$ e daí $\mu(x) = e^{-x}$.

A EDO $e^{-x}v'(x) - v(x)e^{-x} = e^{-x}(2x-1)$ pode ser resolvida integrando em ambos os lados, de onde obtemos

$$e^{-x}v(x) = \int e^{-x}(2x-1)\,dx$$

Integrando o lado direito, obtemos

$$e^{-x}v(x) = -e^{-x}(2x+1) + c,$$

e daí

$$v(x) = e^{x}\left(-e^{-x}(2x+1) + c\right) = -(2x+1) + ce^{x}$$

Lembrando que $v(x) = y^{-3}(x)$ obtemos que

$$y(x) = \frac{1}{\left(ce^{x} - (2x+1)\right)^{1/3}}.$$