

2^a Prova
MA-311 - Noturno — Cálculo III

1º Semestre de 2008

Nome:

RA:

Assinatura:

Prof.:

Esta prova tem um total de 4 questões valendo 10 pontos. Para maximizar seu tempo procure não gastar em cada questão, em minutos, mais do que 10 vezes o seu valor em pontos. É essencial justificar detalhadamente todas as respostas.

Escreva suas respostas de forma clara e evite toda e qualquer rasura. Use o verso das páginas de questões para rascunho, se necessário.

NÃO DESTAQUE AS PÁGINAS DA PROVA!

1	2.0	
2	2.0	
3	3.0	
4	3.0	
Total	10.0	

Não é permitido o uso de calculadoras!

1. (2.0 pontos) Resolva por transformada de Laplace o seguinte PVI:

$$y'' + 4y = f(t)$$

onde $y(0) = 0$ e $y'(0) = 1$ e

$$f(t) = \begin{cases} 0, & t < 1 \\ t^2 - 2t + 1, & t \geq 1 \end{cases}$$

2. (2.0 pontos) Expresse a solução do P.V.I. abaixo **em termos de uma convolução**:

$$y'' + 3y' + 2y = \cos(\alpha t)$$

onde $y(0) = 0$ e $y'(0) = 0$

3. (3.0 pontos)

(a) Encontre a solução do sistema linear homogêneo de e.d.o.'s usando o método de autovalores e autovetores:

$$\mathbf{x}'(t) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 5 & -3 \end{pmatrix} \mathbf{x}(t)$$

(b) Encontre a solução geral do sistema linear não-homogêneo (cujo sistema homogêneo associado está na parte (a)) utilizando o método de variação de parâmetros:

$$\mathbf{x}'(t) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 5 & -3 \end{pmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{pmatrix} e^{-t} \\ 4e^{-t} \end{pmatrix}$$

4. (3.0 pontos) Explique detalhadamente.

(a) (1.0) Calcule a soma da série:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{(4n-3)(4n+1)}.$$

Sugestão:

$$\frac{2}{(4n-3)(4n+1)} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{(4n-3)} - \frac{1}{(4n+1)} \right)$$

(b) (1.0) Estude a convergência da série: converge absolutamente ou condicionalmente ou diverge?

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \sin n}{n^2 + 1}.$$

(c) (1.0) Estude a convergência da série:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[5]{n^3 + n}}{\sqrt[3]{5n^7 + 2n^2}}$$