

Este exame é sobre a geometria euclidiana e a axiomatização de Hilbert: capítulo 1 e parte do 2, e, capítulo 2, respectivamente, dos livros-texto Os Elementos, de Euclides, e, Geometry: Euclid and Beyond, de R. Hartshorne, e, listas de exercícios 1 e 2.

Cada questão vale 2,5 pontos.

Aluno: _____ **RA:** _____

Questão 1. (a) Enuncie o 5o. *postulado de Euclides*.

(b) O *axioma de Playfair* diz que existe no máximo uma reta paralela a uma dada reta passando por um ponto dado. Mostre que o 5o postulado de Euclides é equivalente ao axioma de Playfair (i.e. suponha o 5o postulado como verdadeiro e demonstre o Axioma de Playfair, e, suponha o Axioma de Playfair como verdadeiro e demonstre o 5o postulado).

2. Construa a bissetriz de um ângulo (qualquer) em um *plano de Hilbert*.

3. Em um plano de Hilbert,

(a) defina: círculo e interior e exterior de um círculo;

(b) o *axioma extra (E)* diz que se um círculo contém um ponto no interior e outro no exterior de outro círculo então os 2 círculos se intersectam. Mostre a existência de um triângulo equilátero com uma dada base, em um plano de Hilbert com o axioma extra (E).

4. Mostre que qualquer um dos 3 ângulos exteriores de um triângulo (arbitrário) é maior do que qualquer um dos 2 ângulos internos opostos.