

MA 604 - Espaços Métricos
2o semestre - 2006
Marcelo Firer - sala 612

Programa do Curso

O curso estará dividido em três partes, sendo a parte do meio a principal delas.

Cardinalidade e Lema de Zorn

Trataremos aqui de alguns conceitos básicos de Teoria dos Conjuntos. Estes conteúdos não são estritamente necessários para o estudo de espaços métricos, mas, na ausência de um curso específico sobre o assunto, este é um curso em que é possível introduzi-los. As questões serão tratadas de modo ingênuo, sem construção de corpo de axiomas, apenas para introduzir os conceitos. São conceitos importantíssimos da matemática, questões de beleza rara que merecem ser apreciadas.

Esta parte do curso deverá durar no máximo 3 semanas e faremos ao seu final uma avaliação curta (A_1).

A bibliografia sugerida para esta parte é:

- Paul R. Halmos - *Teoria Ingênua dos Conjuntos* - EDUSP, 1970.
- Irving Kaplansky - *Set Theory and Metric Spaces* - Allyn and Bacon, 1972.

Espaços Métricos

Esta é a parte central do curso, na qual devemos estudar os conceitos básicos que qualquer curso sobre espaços métricos deve conter:

- Definições e exemplos (muitos e variados)
- Bolas e esferas
- Conjuntos abertos
- Conjuntos fechados
- Convergência - sequências e séries
- Continuidade
- Espaços métricos conexos e conexos por caminhos

- Espaços métricos completos
- Espaços métricos compactos
- Espaços métricos separáveis
- Produto e quociente de espaços métricos

Devemos dedicar cerca de três meses a estes tópicos. De acordo com a preferência dos alunos, poderemos ter uma ou duas provas neste período (a média de ambas será A_2).

Todo o conteúdo do curso pode ser encontrado no livro

- Elon Lages Lima - *Espaços Métricos* - Projeto Euclides, CNPq, 1977.

Este é um livro excelente mas bastante prolixo e deverá ser utilizado como consulta e material complementar. Um texto bastante enxuto, que servirá de guia ao curso, é

- Irving Kaplansky - *Set Theory and Metric Spaces* - Allyn and Bacon, 1972.

Aplicações

Além destes tópicos, todos usuais, devemos tratar de algumas aplicações, geralmente mas não necessariamente, à análise.

- Possíveis aplicações:
 - Teorema do ponto fixo e solução de equações diferenciais ordinárias
 - Princípio de limitação uniforme Teorema de Baire
 - Equicontinuidade e Teorema de Ascoli
 - Teorema de Hahn-Banach
 - Homotopia e Grupo Fundamental
 - Métricas em grupos finitamente gerados

Estes itens serão expostos em seminários pelos alunos (possivelmente em grupo) e a apresentação será parte da avaliação do curso (S).

- A bibliografia será escolhida dependendo do seminário, mas de modo geral, ao menos para as aplicações à análise, podemos recomendar os seguintes:
- Chaim Samuel Hönl - *Aplicações da Topologia à Análise* - Projeto Euclides, CNPq, 1976.
- George F. Simmons - *Introduction to Topology and Modern Analysis* - McGraw-Hill, 1963.

Acompanhamento do curso

Normalmente, os alunos serão avisados com antecedência dos assuntos que serão tratados na semana subsequente, podendo e devendo ler os textos recomendados para as aulas. Se conseguirmos manter esta dinâmica, poderemos tornar as aulas mais dinâmicas, utiliza-las para iluminar os pontos delicados, esclarecer dúvidas e quiçá, ampliar horizontes.

Ao longo do curso serão entregues diversas listas de exercícios. As listas devem conter desde exercícios rotineiros, para fixação de conteúdos e técnicas até exercícios mais complexos que se relacionam com outras áreas de conhecimento matemático. Fazer alguns exercícios por semana será importante para acompanhar o curso, não perder o passo, mas abriremos mão dos aspectos coercivos das listas de obrigá-los a estudar, estas não serão cobradas de modo formal (testinhos e afins).

Avaliação

Avaliação	
$N = 2S + 2A_1 + 6A_2$ $N \geq 5 \Rightarrow \text{aprovado}$ $M = E + N$ $N \geq 5 \Rightarrow \text{aprovado}$	$A_1 = \text{avaliação da primeira parte}$ $P_2 = \text{média das avaliações da segunda parte}$ $S = \text{seminário}$ $N = \text{notas em exame}$ $E = \text{exame}$ $M = \text{média final}$

As datas de avaliação, assim como o número de provas relativas à parte principal do curso, serão discutidos em sala.

Atendimento

Estou (quase) sempre disposto a atender os alunos e me encontro em minha sala a maior parte do dia, quase todos os dias. De qualquer modo, nas manhãs de 2ª feira (9:00 - 11:00), estarei sempre aqui para atendê-los.