

MA502 - Geometria Euclidiana Plana e Construções Geométricas

1º Semestre de 2007

Lista de Exercícios 2

Nesta lista devemos usar os postulados P1 a P11

- Demonstre as seguintes proposições:
 - Dada uma reta, existe um ponto não pertencente a esta reta.
 - Dado um ponto, existe uma reta que não contém este ponto.
 - Dado um ponto, existem infinitas retas distintas passando por este ponto.
- Dados pontos A, B, C com coordenadas a, b, c , mostre que
 - $A - B - C$ se e somente se $C - B - A$
 - $A - B - C$ se e somente se $a - b - c$
- Considere o plano $\mathcal{P} = \{A, B, C, D\}$. Determine todas as geometrias (ou seja, todos os possíveis conjuntos de retas) de modo que o conjunto \mathcal{P} com estas retas satisfaça os postulados de incidência (P1, P2 e P3).
- Mostre que existem três retas não concorrentes.
- dados pontos A e B então:
 - $\overline{AB} = \overline{BA}$
 - $\overrightarrow{AB} \cup \overrightarrow{BA} = \overleftrightarrow{AB}$
 - $\overrightarrow{AB} \cap \overrightarrow{BA} = \overline{AB}$
- Mostre que os dois semi-planos determinados por uma reta são não vazios (sem assumir este fato como hipótese).
- (*Postulado de Pasch*) Mostre que se uma reta intersecciona um lado de um triângulo e não passa por nenhum dos seus vértices, então ela intersecciona também um dos outros lados.
 - (*Teorema das Barras Cruzadas*) Considere o ângulo $B\hat{A}C$ e o ponto D em seu interior. Mostre que a semi-reta \overrightarrow{AD} intercepta o segmento \overline{BC} .
- Demonstre os seguintes resultados:
 - Se α, β são ângulos complementares, então α e β são ambos agudos.
 - Dois ângulos retos são congruentes.
 - Se α, β são ângulos congruentes e suplementares, então α e β são ambos retos.
 - Os complementos de ângulos congruentes são congruentes.
- Seja $\{A_1, \dots, A_n\}$ um conjunto de pontos distintos tais que quaisquer três destes pontos não são colineares. Quantas retas são determinadas por estes pontos? (*quantos pontos precisamos para determinar uma reta?*)
- São dados pontos $A - B - C$ com coordenadas a, b, c . Quais das afirmações abaixo são verdadeiras, são sempre falsas ou podem ser verdadeiras ou não (dependendo de informações adicionais). Justifique sua resposta.
 - A, B e C são colineares.
 - $a < b < c$
 - $a > b > c$
 - $|AB| = |BC|$