



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
INSTITUTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E COMPUTAÇÃO CIENTÍFICA  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA APLICADA



Gianluca Valente Ribeiro Tesseroli

## **Modelagem matemática para otimização de investimentos**

Monografia apresentada ao Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica da Universidade Estadual de Campinas como parte dos requisitos para obtenção de créditos na disciplina Projeto Supervisionado, sob a orientação do Prof. Dr. Laércio Luís Vendite.

Campinas  
2020

## Sumário

1. Introdução .....	3
2. Objetivo .....	4
3. Desenvolvimento e Resultados.....	5
3.1. Metodologia .....	5
3.2. Código.....	8
3.3. Resultados.....	15
4. Conclusão.....	18
5. Índices e especificações dos ativos .....	19
6. Referências bibliográficas .....	30

# 1. Introdução

No mercado financeiro existem diversas opções para um investidor. Uma delas é o setor de renda variável, cujo retorno de capital não pode ser mensurado com exatidão no momento da aplicação, podendo variar positivamente ou negativamente, de acordo com as expectativas do mercado. Com isso, o risco com esse tipo de investimento é maior, quando comparado ao segmento de renda fixa, porém, possibilita maior rentabilidade. Neste tipo de investimento, estão contidas as negociações de compra e venda de ações de empresas, nas quais o investidor adquire uma parcela da companhia emissora do papel comprado [5].

Como já falado, existe certa imprevisibilidade neste mercado e isso ocorre devido aos acontecimentos do mercado como um todo, da economia global e local, casos de epidemias, guerras e outros diversos eventos impactantes. Tendo isso em vista, um investidor busca ativos de empresas que demonstrem maior estabilidade, potencial de crescimento e geração de lucro, frente a todas adversidades possíveis.

Neste estudo, demonstraremos um modelo matemático que auxilia na avaliação das opções disponíveis mercado de ações, visando a obtenção do maior lucro possível.

## **2. Objetivo**

O objetivo deste estudo é demonstrar como é possível, a partir de uma modelagem matemática, definir padrões e elaborar previsões precisas do mercado de ações, com o intuito de construir uma carteira de investimentos com alta lucratividade, a partir de um determinado valor a ser investido. Com isso, será possível, uma vez mais, demonstrar a aplicabilidade da matemática em situações do cotidiano e na resolução de problemas de otimização.

### 3. Desenvolvimento e Resultados

#### 3.1. Metodologia

Para obtenção de uma carteira que traga o maior retorno possível, em um período e com valor disponível para investimento determinados, é necessário construir um modelo matemático, que tenha por objetivo maximizar o lucro total, isto é, variando as quantidades de compra dos ativos e conhecidos os preços de compra e venda, desejamos obter a maior somatória das multiplicações entre as quantidades adquiridas de cada papel e a variação de preço deles. Desse modo, temos que:

$$\text{máx} \sum_{i=1}^n q_i * (v_i - c_i) \quad (1)$$

em que,

$q_i$  – quantidade comprada do ativo  $i$ ;

$v_i$  – valor de venda do ativo  $i$ ;

$c_i$  – valor de compra do ativo  $i$ .

A bolsa de valores brasileira, a B3 – Brasil, Bolsa, Balcão, possui diversas empresas listadas. Neste estudo, trabalhamos com 430 opções de ativos, os quais estão descritos na tabela 5.1. Para a construção do código de programação, utilizamos a linguagem de alto nível, Python [1], e o aplicativo de código aberto Jupyter Notebook, para complicar e executar os algoritmos. Tendo isso em vista, os dados da seção 5 serviram como base para importação dos dados históricos, de cada empresa, dos sites Yahoo! Finance [3] e Fundamentus [4]. A cotação mais antiga foi de 01/01/2020 e a mais nova variou de acordo com a análise em questão.

Como estamos lidando com um número muito grande de opções, aplicamos alguns filtros para diminuir o número de possibilidades. O primeiro deles se refere ao retorno diário médio das ações: apenas aquelas que possuem retorno médio diário maior que zero foram levadas em consideração. Para obter a taxa de retorno diário, temos a seguinte equação:

$$r_k = \left( \frac{p_k}{p_{k-1}} \right) - 1 \quad (2)$$

na qual,

$r_k$  – taxa retorno do dia  $k$ ;

$p_k$  – cotação do dia  $k$ .

Durante esse processo, também é calculado o desvio padrão de cada papel, que será de suma importância ao longo do algoritmo utilizando a seguinte equação:

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{\sum (r_i^k - \bar{r}_i)^2}{k - 1}} \quad (3)$$

com

$\sigma_i$  – desvio padrão do ativo  $i$ ;

$r_i^k$  – retorno diário do ativo  $i$ , no dia  $k$ ;

$\bar{r}_i$  – retorno médio diário;

$k$  – quantidade de dias para estudo.

Após o cálculo da taxa de retorno diário pudemos aferir sua média, para, assim, obter uma taxa de retorno média de cada um dos  $i$  ativos. Feito isso, ajustamos o valor médio, para maior assertividade. Para a tarefa mencionada, consideramos, apenas, os valores médios obtidos, que pertencem ao intervalo  $[\mu - \sigma, \mu + \sigma]$ , no qual  $\mu$  é a média calculada anteriormente.

Outra maneira de reduzir o número de possíveis escolhas para o portfólio é olhar para alguns indicadores fundamentalistas das empresas. Como cada papel representa um pedaço de uma companhia, analisar dados como Receita, LAJIDA (Lucros antes de juros, impostos, depreciação e amortização) e Capital Investido auxiliam no entendimento da saúde financeira do que se estuda. Em nossa modelagem, utilizamos dois indicadores, o ROE (em português, retorno sobre o patrimônio líquido) e o ROIC (em português, retorno sobre o capital investido), os quais são definidos, matematicamente, em (4) e (5), respectivamente [2]. O patrimônio líquido é a diferença entre ativos (direitos) e passivos (deveres). Com isso, o ROE fornece uma visão de rentabilidade do negócio. Já com o ROIC, é possível ter uma noção de “payback” da aplicação, já que calcula quanto a empresa gera de lucro sobre o investimento feito nela e demonstra a capacidade de devolver dinheiro para os investidores.

$$ROE_i = \frac{LL_i}{PL_i} \quad (4)$$

$$ROIC_i = \frac{LL_i}{CI_i} \quad (5)$$

em que,

$LL_i$  – Lucro Líquido da empresa  $i$ ;

$PL_i$  – Patrimônio Líquido da empresa  $i$ ;

$CP_i$  – Capital Investido da empresa  $i$ .

Tendo isso em vista, quanto maior o valor deles, mais atrativas as companhias são, já que, pelo ROE, teríamos uma boa rentabilidade e, pelo ROIC, teríamos o retorno de uma maior parcela do que foi investido, no período analisado. Desse modo, não consideramos ações, cujas empresas possuam menos de 10% para ambos os indicadores.

Após filtrarmos os ativos, passamos para o modelo matemático preditivo, no qual utilizamos a Simulação de Monte Carlo [6]. Em suma, adaptando à necessidade do modelo, este método utiliza dados históricos de precificação cada ativo para obter uma estimativa do valor que o papel obterá, em um período futuro determinado. Ao importar informações do Yahoo! Finance, selecionamos, apenas, o preço de fechamento ajustado das ações e, utilizando o retorno média diário e o desvio padrão delas, calculados anteriormente, fomos capazes de aferir um dos fatores que fazem parte da equação que fornece a previsão. Partindo do retorno logarítmico de um ativo, temos:

$$\zeta = \log\left(\frac{P_{d+1}}{P_d}\right) \quad (6)$$

$$P_{d+1} = P_d * e^\zeta \quad (7)$$

nas quais,

$\zeta$  – Taxa de retorno – Movimento Browniano;

$P_d / P_{d+1}$  – Preço do ativo, no dia  $d$  / Preço do ativo, no dia  $d+1$ .

A taxa de retorno  $\zeta$  não é equivalente à taxa de retorno calculada anteriormente, com base nos preços históricos. Ela possui dois fatores: o primeiro baseado em dados históricos (drift) e o segundo, que possui um componente aleatório (volatility), e podemos expressá-los como:

$$drift = \left( \mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) \quad (8)$$

$$volatility = \sigma * Z(x) \quad (9)$$

$$\zeta = drift + volatility \quad (10)$$

com

$\mu$  – Retorno diário médio;

$\sigma$  – Desvio padrão;

Z – Variável aleatória com distribuição normal;

x – Número aleatório entre 0 e 1 ->  $x \in [0, 1]$ .

Após aferir o Movimento Browniano  $\zeta$ , para cada ação, pudemos calcular o preço de fechamento previsto, para o próximo dia, utilizando o último preço de fechamento em (7). Caso seja necessário prever mais de um dia, o valor obtido no processo anterior é incorporado aos preços históricos, são recalculados o retorno médio diário e o desvio padrão, para que o novo drift da ação seja mensurado. Com isso, é possível estimar a máxima lucratividade da carteira para qualquer intervalo de tempo desejado. No entanto, é importante ressaltar que à medida em que mais previsões são realizadas, menos precisão temos, já que estamos considerando os valores obtidos como corretos, influenciando nas oscilações dos próximos dias.

Com os valores de compra ( $c_i$ ), que foram importados do Yahoo! Finance, e com os valores de venda ( $v_i$ ), calculados pela Simulação de Monte Carlo, precisamos, apenas, encontrar as quantidades que devem ser adquiridas de cada papel, que maximizaram o lucro do portfólio no período desejado. Para isto, utilizamos o método minimize, da biblioteca SciPy Optimize (scipy.optimize.minimize()), de Python. Nela, foi empregado o método SLSQP (Sequential Least Square Programming) por ser uma boa escolha para otimização de problemas com equações não lineares restritas, como é o caso do nosso modelo. Já definimos a essência de nosso modelo em (1), mas ainda precisamos adicionar as restrições que fazem parte de nosso problema. Além disso, os algoritmos minimizam as funções objetivo e, dessa maneira, foi necessário adaptar o que já havia sido construído. Tendo isso em vista, o modelo completo, sujeito à minimização é:

$$\text{mín} \sum_{i=1}^n q_i * (c_i - v_i) \quad (11)$$

$$\text{s. a.:} \quad \sum_{i=1}^n q_i * c_i \leq VI \quad (12)$$

$$\frac{q_i * c_i}{\sum(q_i * c_i)} \leq 15\% \quad , \forall 1 \leq i \leq n \quad (13)$$

$$0 \leq q_i \leq \text{upp}_i \quad , \forall 1 \leq i \leq n \quad (14)$$

em que

VI – Valor disponibilizado para aplicação;

$\text{upp}_i$  – Limitante superior para quantidade comprada ->  $\text{upp}_i = \text{máx} \{u \in \mathbb{Z} \mid u \leq \frac{VI}{q_i * c_i}\}$ .

Note que, para obter (11), consideramos que:

$$\text{máx } f = \text{mín } (-f) \quad (15)$$

Em (12), temos a restrição de que o valor gasto com as compras dos papéis deve ser menor, ou igual, ao valor disponibilizado para investimento. Já em (13), definimos que nenhum ativo deve possuir mais que 15% de representatividade na carteira, pois, dessa maneira, não apostamos todas as fichas em uma única opção, diminuindo, assim, o risco do portfólio. Por fim, em (14) limitamos o valor de nossas variáveis, definindo que o limitante inferior para elas é zero, e, o superior, é o maior inteiro resultante da divisão do valor disponível para aplicação e da quantidade que seria gasta para compra do ativo em questão.

Um detalhe importante considerado em nosso método é que deixamos a possibilidade de a compra ser feita nos ativos fracionário, e não em lotes. Isso permite a aquisição de papéis em unidades, flexibilizando a escolha da melhor carteira, pois, caso optássemos pela compra em lotes, teríamos, apenas, múltiplos de 100 expressos nas quantidades sugeridas pelo programa.

Com base em tudo o que foi exposto anteriormente, pudemos elaborar um código de programação, o qual minimizou o modelo construído e nos forneceu as quantidades de quais ativos comprar para obter o maior lucro.

## 3.2. Código

```
import numpy as np
import pandas as pd
import pandas_datareader as wb
import scipy.optimize as syo
import scipy.stats as sst
import matplotlib as mp
import math as m
import random
import statsmodels as sm
import matplotlib.pyplot as plt
import seaborn as sbn
import requests

# Funções construídas
# Importando índices dos ativos
def import_tickers():
    tickers = pd.read_excel("Índices de Ativos.xlsx")

    tickersYH = tickers["TICKER YH"]

    return tickersYH

# Importando dados do Yahoo! Finance
def import_dataYH(index):

    s = pd.DataFrame()
    for t in index:
```



```

try:
    s[t] = wb.DataReader(t, data_source = 'yahoo', start = '2020-01-01', end = '2020-08-17')['Adj Close']
except KeyError:
    continue

s = s.dropna(axis=1)

return s

# Calculando a taxa de retorno média diária
def daily_returns(s, index):

    d_r = pd.DataFrame()
    for t in index:
        d_r[t] = (s[t]/s[t].shift(1)) - 1

    d_r = d_r.reset_index(drop=True)
    d_r = d_r.drop(0)
    d_r = d_r.reset_index(drop=True)

    return d_r

# Calculando a taxa de retorno média e desvio padrão dos retornos
def mean_stddev(s, index):

    # Média
    s_medio = s.copy()
    for t in index:
        s_medio[t] = s_medio[t].mean()
    s_medio = s_medio[s_medio > 0]
    s_medio = s_medio.dropna(axis=1)
    s_medio = s_medio.reset_index(drop=True)

    index = s_medio.columns

    # Desvio padrão
    s_desvpad = s.copy()
    for t in index:
        s_desvpad[t] = (((s_desvpad[t] - s_medio[t])**2).sum()/((len(s_desvpad[t]) - 1)**(1/2))
        s_desvpad = s_desvpad.reset_index(drop=True)

    s_medio = s_medio.iloc[:, :]
    s_desvpad = s_desvpad.iloc[:, :]

    return (s_medio, s_desvpad, index)

# Ajustando valores para intervalo de interesse
def adjust_values(df, index):

    # Média resultados previstos
    mean_df = df.copy()
    for t in index:
        mean_df[t] = mean_df[t].mean()
    # Desvio Padrão resultados previstos
    std_df = df.copy()
    for t in index:
        std_df[t] = (((std_df[t] - mean_df[t])**2).sum()/((len(std_df[t]) - 1)**(1/2))
        std_df = std_df.reset_index(drop=True)

    extra = mean_df + std_df
    minus = mean_df - std_df

```

```

for t in index:
    for g in range(len(mean_df[t])):
        if ((df[t][g] >= extra[t][g]) or (df[t][g] <= minus[t][g])):
            df[t][g] = 0

nonzeros = mean_df.iloc[:, 1, :].copy()
for t in index:
    nonzeros[t] = (df[t] != 0).sum()

new_mean = nonzeros.copy()
for t in index:
    new_mean[t] = df[t].sum()/nonzeros[t]

return new_mean

# Extrair e organizar dados do site Fundamentus
def fundamentalist_data(stock_index):

    # Removendo o ".SA" dos índices, para buscar de maneira adequada no site
    index = [t.replace(".SA", "") for t in stock_index]

    fundamentalist_stock = pd.DataFrame()
    for index_stock in index:
        try:
            # Temos que "fingir" ser um navegador para acessar a url tranquilamente
            url = "http://www.fundamentus.com.br/detalhes.php?papel=" + index_stock

            # Informações para fingir ser um navegador
            header = {
                "User-Agent": "Mozilla/5.0 (X11; Linux x86_64) AppleWebKit/537.36 (KHTML, like Gecko)
                Chrome/50.0.2661.75 Safari/537.36",
                "X-Requested-With": "XMLHttpRequest"
            }

            # Juntamos tudo com a requests
            r = requests.get(url, headers=header)

            # E finalmente usamos a função read_html do pandas
            stock = pd.read_html(r.text, decimal=",", thousands=".")

            stock[0] = stock[0].transpose()
            infos1 = stock[0].iloc[:, 2, :]
            infos0 = infos1.iloc[:, 0] + ".SA"
            infos2 = stock[0].iloc[:, 2, :]
            infos2 = infos2.reset_index(drop=True)

            stock[1] = stock[1].transpose()
            infos3 = stock[1].iloc[:, 2, :]
            infos4 = stock[1].iloc[:, 2, :]
            infos4 = infos4.reset_index(drop=True)

            stock[2] = stock[2].drop(0)
            stock[2] = stock[2].iloc[:, 2, :]
            stock[2] = stock[2].transpose()
            infos5 = stock[2].iloc[:, 2, :]
            infos6 = stock[2].iloc[:, 2, :]
            infos5 = infos5.reset_index(drop=True)
            infos6 = infos6.reset_index(drop=True)

            stock[3] = stock[3].drop(0)
            stock[3] = stock[3].transpose()
            infos7 = stock[3].iloc[:, 2, :]
            infos8 = stock[3].iloc[:, 2, :]
            infos8 = infos8.reset_index(drop=True)

```

```

stock[4] = stock[4].drop(0)
stock[4].iloc[:, 0] = stock[4].iloc[:, 0] + ' L12M'
stock[4].iloc[:, 2] = stock[4].iloc[:, 2] + ' L3M'
aux_stock4 = stock[4].iloc[:, 2:]
stock[4] = stock[4].iloc[:, :2]
stock[4] = stock[4].transpose()
aux_stock4 = aux_stock4.transpose()
stock[4] = stock[4].iloc[:, 1:]
aux_stock4 = aux_stock4.iloc[:, 1:]
infos9 = stock[4].iloc[:, 2, :]
infos10 = aux_stock4.iloc[:, 2, :]
infos10 = infos10.reset_index(drop=True)

acao = pd.concat([infos1, infos0, infos2, infos3, infos4, infos5, infos6, infos7, infos8, infos9, infos10],
axis=1, join="inner")

acao.columns = acao.iloc[0]
acao = acao.drop(0)

fundamentalist_stock = fundamentalist_stock.append(acao, sort=False)
except ValueError:
    continue
except IndexError:
    continue

# Correções tipos de dados
# Correção índices das linhas
fundamentalist_stock = fundamentalist_stock.reset_index(drop=True)

# Correção cabeçalho tabela
fundamentalist_stock.columns = [coluna.replace("?", "") for coluna in fundamentalist_stock.columns]
#display(consolidado)

#Correção datas
fundamentalist_stock["Data últ cot"] = pd.to_datetime(fundamentalist_stock["Data últ cot"], errors="ignore",
format="%d/%m/%Y")
fundamentalist_stock["Últ balanço processado"] = pd.to_datetime(fundamentalist_stock["Últ balanço
processado"], errors="ignore", format="%d/%m/%Y")

#Correção números
fundamentalist_stock["Vol $ méd (2m)"] = pd.to_numeric(fundamentalist_stock["Vol $ méd (2m)"],
errors="coerce")
fundamentalist_stock["Valor de mercado"] = pd.to_numeric(fundamentalist_stock["Valor de mercado"],
errors="coerce")
fundamentalist_stock["Valor da firma"] = pd.to_numeric(fundamentalist_stock["Valor da firma"],
errors="coerce")
fundamentalist_stock["Nro. Ações"] = pd.to_numeric(fundamentalist_stock["Nro. Ações"], errors="coerce")
fundamentalist_stock["Ativo"] = pd.to_numeric(fundamentalist_stock["Ativo"], errors="coerce")
fundamentalist_stock["Disponibilidades"] = pd.to_numeric(fundamentalist_stock["Disponibilidades"],
errors="coerce")
fundamentalist_stock["Ativo Circulante"] = pd.to_numeric(fundamentalist_stock["Ativo Circulante"],
errors="coerce")
fundamentalist_stock["Dív. Bruta"] = pd.to_numeric(fundamentalist_stock["Dív. Bruta"], errors="coerce")
fundamentalist_stock["Dív. Líquida"] = pd.to_numeric(fundamentalist_stock["Dív. Líquida"], errors="coerce")
fundamentalist_stock["Patrim. Líq"] = pd.to_numeric(fundamentalist_stock["Patrim. Líq"], errors="coerce")
fundamentalist_stock["Receita Líquida L12M"] = pd.to_numeric(fundamentalist_stock["Receita Líquida L12M"],
errors="coerce")
fundamentalist_stock["EBIT L12M"] = pd.to_numeric(fundamentalist_stock["EBIT L12M"], errors="coerce")
fundamentalist_stock["Lucro Líquido L12M"] = pd.to_numeric(fundamentalist_stock["Lucro Líquido L12M"],
errors="coerce")
fundamentalist_stock["Receita Líquida L3M"] = pd.to_numeric(fundamentalist_stock["Receita Líquida L3M"],
errors="coerce")
fundamentalist_stock["EBIT L3M"] = pd.to_numeric(fundamentalist_stock["EBIT L3M"], errors="coerce")
fundamentalist_stock["Lucro Líquido L3M"] = pd.to_numeric(fundamentalist_stock["Lucro Líquido L3M"],

```

```

errors="coerce")

    return fundamentalist_stock

# Filtrando ativos com ROE e ROIC maiores ou iguais ao mínimo desejado
def roe_roic_filter(df):

    # Ajustar valores mínimos
    tickers_numbers = df.index[df["ROE"] > '10%']
    tickers_index = []
    for i in tickers_numbers:
        if (df["ROIC"][i] > '10%'):
            tickers_index.append(df["Papel.SA"][i])

    return tickers_index

# Simulação de Monte Carlo - previsão precificação
def MonteCarlo_simulation(s, media, desvpad, index):

    drift = media.copy()
    for t in index:
        drift[t] = (media[t] - (1/2) * (desvpad[t]**2))

    stockprice_fcst = pd.DataFrame()
    volatilidade = media.copy()
    # Número "n" em range(n) determina quantos números aleatórios geraremos - buscar melhor n
    for i in range(88):
        for t in index:
            volatilidade[t] = desvpad[t] * sst.norm.ppf(np.random.rand(1))

        r = drift + volatilidade

        exp_r = np.exp(r)

        # Previsão de precificação dos ativos
        new_s = (s.iloc[-1] * exp_r)

        stockprice_fcst = stockprice_fcst.append(new_s, sort=False)

    stockprice_fcst = stockprice_fcst.reset_index(drop=True)

    stockprice_fcst = stockprice_fcst.dropna(axis=1)

    media = adjust_values(stockprice_fcst, index)

    return media

# Função objetivo
def max_profit(quantidades, df_compra, df_venda):

    # Definindo função a ser minimizada - função lucro
    f_lucro = 0
    for i in range(len(df_compra)):
        f_lucro += quantidades[i] * (df_compra[i] - df_venda[i])

    return f_lucro

# Equação de restrição
def constraint(quantidades, df_compra, value):

```

```

# Definindo função que calcula que a soma das compras deve chegar o mais próximo do valor definido para o
investimento
h = 0
for i in range(len(df_compra)):
    h += quantidades[i] * df_compra[i]
h = value - h

return h

# Equação de restrição
def constraint2(quantidades, df_compra, indicador):

    # Definindo função que calcula que a soma das compras deve chegar o mais próximo do valor definido para o
    investimento
    valor_compra = (quantidades * df_compra).sum()
    h = 0.15 - ((quantidades[indicador] * df_compra[indicador])/valor_compra)

    return h

# Função Principal
# Importando índices dos ativos
tickers = import_tickers()

# Importando preços de fechamento dos ativos
stock_prices = import_dataYH(tickers)
tickers = stock_prices.columns

# Calculando retorno diário
returns = daily_returns(stock_prices, tickers)
# Calculando média e desvio padrão dos retornos, já filtrando apenas os ativos com retorno acima do mínimo
definido
(returns_mean, returns_stddev, tickers) = mean_stddev(returns, tickers)

# Importando dados fundamentalistas dos ativos
stock_fundamentalistdata = fundamentalist_data(tickers)
tickers = stock_fundamentalistdata['Papel.SA']

# Filtrando mais ativos, agora com base nos valores de ROE e ROIC
tickers = roe_roic_filter(stock_fundamentalistdata)

stock_prices = stock_prices[tickers]
returns_mean = returns_mean[tickers]
returns_stddev = returns_stddev[tickers]

# Calculando as previsões para os dias (d) desejados
d = 1
stock_prices_prev = stock_prices.copy()
for i in range(d):
    price_forecast = MonteCarlo_simulation(stock_prices_prev, returns_mean, returns_stddev, tickers)
    stock_prices_prev = stock_prices_prev.append(price_forecast, sort=False)
    stock_prices_prev = stock_prices_prev.reset_index(drop=True)
    returns = daily_returns(stock_prices_prev, tickers)
    (returns_mean, returns_stddev, tickers) = mean_stddev(returns, tickers)

stock_prices_prev = stock_prices_prev[tickers]
stock_prices = stock_prices[tickers]
#df = df[tickers]

```

```

# Valor a ser investido
invest = 10000

# Vetor com as quantidades a serem compradas das ações
quantidades = stock_prices_prev.iloc[:, :].copy()
quantidades = quantidades.dropna(axis=1)
# Inicializando o vetor de quantidades
for t in tickers:
    quantidades[t] = 2

# Limitantes
bound = []
for t in tickers:
    upp = int(invest/stock_prices[t][-1])
    b = [0, upp]
    bound.append(b)

# Convertendo dados para array numpy
quantidades_np = (quantidades.to_numpy())[0]
stock_prices_np = (stock_prices.to_numpy())[-1]
stock_prices_prev_np = (stock_prices_prev.to_numpy())[-1]
#df_np = (df.to_numpy())[0]

# Definindo restrições
cons = []
cons_aux = {'type': 'ineq', 'fun': constraint, 'args': (stock_prices_np, invest)}
cons.append(cons_aux)
for i in range(len(tickers)):
    cons_aux = {'type': 'ineq', 'fun': constraint2, 'args': (stock_prices_np, i)}
    cons.append(cons_aux)

# Calculando melhor portfólio
result = syo.minimize(max_profit, quantidades_np, args=(stock_prices_np, stock_prices_prev_np),
bounds=bound, constraints=cons)
result.x = result.x.astype(int)
result.fun = -result.fun
display(result)

recomen = []
for i in range(len(tickers)):
    if(result.x[i] != 0):
        recomen.append(i)
print("Compre:")
for i in recomen:
    print(result.x[i], "-", tickers[i])

# Comparação com dados reais
# Deixando apenas as empresas que deveria comprar
tickers_final = []
for i in recomen:
    tickers_final.append(tickers[i])

# Importando dados reais para comparações e testes
df = pd.DataFrame()
for t in tickers_final:
    df[t] = wb.DataReader(t, data_source = 'yahoo', start = '2020-08-18', end = '2020-08-18')['Adj Close']

# Manipulando os dados para manter apenas os tickers do resultado
df = df.reset_index(drop=True)

df_np = (df.to_numpy())[0]

stock_prices = stock_prices[tickers_final]
stock_prices_npf = (stock_prices.to_numpy())[-1]

```

```

# Pegando apenas as quantidades diferentes de zero
quants = []
for i in recomen:
    quants.append(result.x[i])

# Quanto seria ganharia na realidade?
soma_real = (quants * (df_np - stock_prices_npf)).sum()
display(soma_real)

```

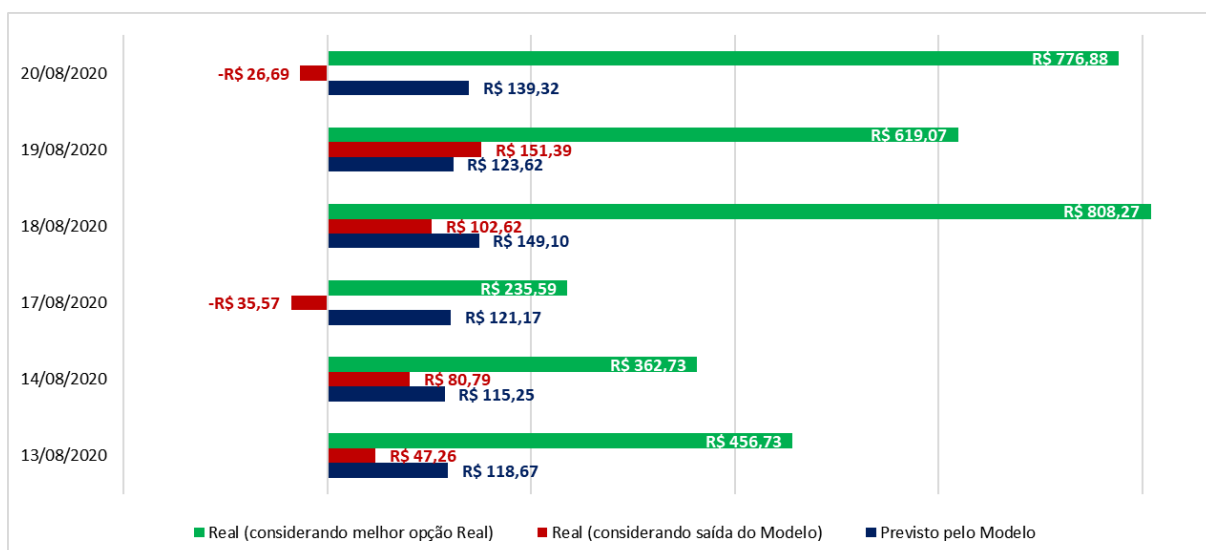
### 3.3. Resultados

Utilizando a metodologia descrita e o código apresentado, simulamos os resultados para 6 dias úteis do mês de agosto de 2020. Para isso, consideramos a compra feita com o valor de fechamento do dia anterior e a venda com o preço de fechamento previsto para o dia seguinte. Não foram realizadas previsões considerando os dados apurados pelo modelo e, sendo assim, utilizamos, apenas, dados reais para as simulações de cada dia. Sendo o período estipulado com início no dia 13/08/2020 e fim no dia 20/08/2020, para obter a simulação do dia 13, foram importadas informações reais até dia 12. Já para a simulação do dia 14, os dados extraídos foram até dia 13, e assim por diante. Desse modo, estamos modificando a carteira de ações todos os dias do intervalo definido para análise.

Tendo isso em vista, e definido o valor a ser investido como

$$VI = R\$ 10.000,00 \quad (16)$$

seguimos para os resultados gerados. Na figura 1, temos os resultados dos retornos diários da carteira, em três cenários distintos: considerando a simulação do preço de fechamento do próximo dia e as quantidades obtidas pela minimização do algoritmo, utilizando o preço real de fechamento do dia seguinte e as quantidades geradas anteriormente, com o intuito de analisar o ganho que teríamos obtido ao efetuar as transações sugeridas pelo modelo e, por fim, o cenário em que buscamos a solução ótima levando em conta os preços reais de compra e venda, para entender quão distantes estaríamos do ganho máximo possível naquele dia.



**Figura 1:** Cenários de ganhos diários com o modelo matemático.

De acordo com o que foi exposto anteriormente, percebemos que os resultados obtidos pela previsão de preço dos ativos estão acima do que, de fato, é ganho com a escolha dos papéis dados na simulação, com exceção do dia 19/08, em que o lucro foi 22,5% acima do que o previsto. No entanto, apesar dessa diferença existente entre os cenários, há um ganho de R\$ 319,80 durante o período analisado, quando levamos em conta o obteríamos com as compras sugeridas e os valores oficiais. Desse modo, mantendo o percentual de lucratividade, 3,2%, perante o valor investido para o mês todo, temos 11,6% de retorno mensal. Seguindo a suposição, o ganho anual fica em 275%. Portanto, teríamos, ao final de 12 meses, um capital 3,75 vezes maior do que valor investido inicialmente, que, neste caso, foi de R\$ 10.000,00, o que representa R\$ 37.513,60 após um ano de aplicações, e considerando que o saldo sempre fosse reinvestido. Para chegar a esses valores, utilizamos o seguinte racional:

$$r_m = (1 + r_p)^{\left(\frac{p}{du}\right)} - 1 \quad (17)$$

$$r_a = (1 + r_m)^{(12)} - 1 \quad (18)$$

$$NC = VI * (1 + r_a) \quad (19)$$

em que,

$r_m$  – retorno mensal;

$r_p$  – retorno em um período de dias  $p$ ;

$du$  – número de dias uteis no mês;

$r_a$  – retorno anual;

$NC$  – novo capital, obtido a partir da aplicação do valor investido ( $VI$ ).

Contudo, apesar do resultado parecer satisfatório, estamos distantes de obter a lucratividade máxima possível no dia. Logo, vamos analisar as quantidades e os ativos sugeridos de acordo com a previsão de precificação dos ativos e compará-los com as saídas do modelo, quando buscamos esse ganho máximo, inserindo os preços reais.

**Tabela 1:** Comparação entre quantidades e ativos obtidos pelo modelo.

Saídas do Modelo - Quantidades e Ativos	13/08/2020		14/08/2020		17/08/2020		18/08/2020		19/08/2020		20/08/2020	
	Quantidade	Ativo	Quantidade	Ativo	Quantidade	Ativo	Quantidade	Ativo	Quantidade	Ativo	Quantidade	Ativo
Precificação Prevista	96	AFLT3	441	BSEV3	28	ALPA4	79	BALM3	440	ATOM3	123	BALM4
	186	JHSF3	11	FRI03	18	CSAN3	120	BALM4	116	EALT3	8	CGAS3
	39	MDIA3	51	LAME3	178	JHSF3	449	BSEV3	16	MGLU3	17	CLSC4
	18	MGLU3	267	MNPR3	261	MNPR3	186	BTTL3	92	MRFG3	185	JHSF3
	59	PAT13	101	MRFG3	98	MRFG3	30	LAME4	34	PRI03	16	MGLU3
	33	PRI03	24	VALE3	48	PAT14	77	LCAM3	37	TEND3	252	TASA4
	22	WEGE3	21	WEGE3	79	WLMM4	22	WEGE3	222	WHRL3	83	WLMM3
	74	AGRO3	83	BALM3	32	ALPA3	17	B3SA3	183	BTTL3	29	ALPA4
Precificação Real	51	ALPA3	102	DIRR3	115	BEEF3	83	GGBR4	107	CARD3	25	B3SA3
	22	CEBR6	298	EQPA3	57	CGRA3	179	GOAU4	36	CGRA4	100	CARD3
	62	SLCE3	115	EVEN3	261	MNPR3	193	JHSF3	27	CLSC3	21	COCE3
	40	SMTO3	101	MRFG3	98	MRFG3	51	JSLG3	92	MRFG3	185	JHSF3
	246	TASA4	70	MTSA4	53	UNIP5	18	MGLU3	34	PRI03	123	TRIS3
	49	UNIP3	53	PARD3	24	VALE3	71	MTSA4	264	TASA4	52	UNIP6

É possível notar, que as carteiras montadas estão distintas para cada cenário, tanto nas quantidades, quanto nos ativos selecionados. Aprofundando a análise, a seguir, analisamos a acuracidade de precificação de cada ativo selecionada para esses portfólios.



**Tabela 2:** Acuracidade de precificação dos portfólios otimizados.

Acuracidade Preços	13/08/2020				14/08/2020				17/08/2020			
	Ativos	Preço Previsto	Preço Real	Desvio	Ativos	Preço Previsto	Preço Real	Desvio	Ativos	Preço Previsto	Preço Real	Desvio
Precificação Prevista	AFLT3	R\$ 10,44	R\$ 10,23	2,1%	BSEV3	R\$ 3,44	R\$ 3,39	1,5%	ALPA4	R\$ 34,83	R\$ 34,44	1,1%
	JHSF3	R\$ 8,14	R\$ 8,22	-1,0%	FRIO3	R\$ 90,89	R\$ 90,00	1,0%	CSAN3	R\$ 83,79	R\$ 81,55	2,7%
	MDIA3	R\$ 38,64	R\$ 38,87	-0,6%	LAME3	R\$ 29,73	R\$ 28,90	2,9%	JHSF3	R\$ 8,48	R\$ 7,75	9,5%
	MGLU3	R\$ 81,20	R\$ 80,45	0,9%	MNPR3	R\$ 5,69	R\$ 5,73	-0,8%	MNPR3	R\$ 5,79	R\$ 5,82	-0,5%
	PATI3	R\$ 25,58	R\$ 25,20	1,5%	MRF3	R\$ 14,98	R\$ 15,26	-1,8%	MRF3	R\$ 15,52	R\$ 16,08	-3,5%
	PRI03	R\$ 44,92	R\$ 43,58	3,1%	VALE3	R\$ 60,96	R\$ 61,35	-0,6%	PATI4	R\$ 31,12	R\$ 30,81	1,0%
	WEGE3	R\$ 68,71	R\$ 68,90	-0,3%	WEGE3	R\$ 69,59	R\$ 69,17	0,6%	WLMM4	R\$ 19,09	R\$ 18,81	1,5%
Precificação Real	AGRO3	R\$ 20,28	R\$ 20,89	-2,9%	BALM3	R\$ 17,99	R\$ 18,90	-4,8%	ALPA3	R\$ 31,25	R\$ 31,37	-0,4%
	ALPA3	R\$ 29,34	R\$ 31,15	-5,8%	DIRR3	R\$ 14,47	R\$ 15,03	-3,7%	BEEF3	R\$ 13,02	R\$ 13,28	-2,0%
	CEBR6	R\$ 67,46	R\$ 69,99	-3,6%	EQPA3	R\$ 3,35	R\$ 3,44	-2,5%	CGRA3	R\$ 26,11	R\$ 26,45	-1,3%
	SLCE3	R\$ 23,94	R\$ 25,48	-6,0%	EVEN3	R\$ 12,89	R\$ 13,59	-5,2%	MNPR3	R\$ 5,79	R\$ 5,82	-0,5%
	SMTO3	R\$ 24,26	R\$ 25,03	-3,1%	MRF3	R\$ 14,98	R\$ 15,26	-1,8%	MRF3	R\$ 15,52	R\$ 16,08	-3,5%
	TASA4	R\$ 6,08	R\$ 6,45	-5,7%	MTSA4	R\$ 21,55	R\$ 22,00	-2,0%	UNIP5	R\$ 27,66	R\$ 28,77	-3,9%
	UNIP3	R\$ 30,45	R\$ 31,94	-4,7%	PARD3	R\$ 27,79	R\$ 28,88	-3,8%	VALE3	R\$ 60,78	R\$ 62,23	-2,3%

Acuracidade Preços	18/08/2020				19/08/2020				20/08/2020			
	Ativos	Preço Previsto	Preço Real	Desvio	Ativos	Preço Previsto	Preço Real	Desvio	Ativos	Preço Previsto	Preço Real	Desvio
Precificação Prevista	BALM3	R\$ 19,03	R\$ 18,35	3,7%	ATOM3	R\$ 3,04	R\$ 2,98	2,2%	BALM4	R\$ 12,33	R\$ 12,10	1,9%
	BALM4	R\$ 12,71	R\$ 12,60	0,9%	EALT3	R\$ 13,01	R\$ 12,70	2,4%	CGAS3	R\$ 188,51	R\$ 182,00	3,6%
	BSEV3	R\$ 3,39	R\$ 3,39	0,1%	MGLU3	R\$ 90,91	R\$ 89,70	1,3%	CLSC4	R\$ 57,57	R\$ 54,65	5,3%
	BTTL3	R\$ 8,17	R\$ 8,16	0,1%	MRF3	R\$ 16,59	R\$ 17,22	-3,6%	JHSF3	R\$ 8,18	R\$ 8,56	-4,4%
	LAME4	R\$ 33,50	R\$ 33,68	-0,5%	PRI03	R\$ 44,47	R\$ 46,71	-4,8%	MGLU3	R\$ 91,11	R\$ 87,35	4,3%
	LCAM3	R\$ 19,59	R\$ 20,20	-3,0%	TEND3	R\$ 31,91	R\$ 31,50	1,3%	TASA4	R\$ 6,02	R\$ 5,94	1,3%
	WEGE3	R\$ 68,95	R\$ 67,70	1,9%	WHRL3	R\$ 6,80	R\$ 6,77	0,5%	WLMM3	R\$ 18,25	R\$ 17,93	1,8%
Precificação Real	B3SA3	R\$ 57,84	R\$ 61,80	-6,4%	BTTL3	R\$ 8,01	R\$ 8,53	-6,1%	ALPA4	R\$ 33,74	R\$ 35,53	-5,1%
	GGBR4	R\$ 17,93	R\$ 19,49	-8,0%	CARD3	R\$ 14,02	R\$ 14,99	-6,5%	B3SA3	R\$ 60,35	R\$ 62,34	-3,2%
	GOAU4	R\$ 8,36	R\$ 8,95	-6,6%	CGRA4	R\$ 27,20	R\$ 27,95	-2,7%	CARD3	R\$ 15,06	R\$ 15,94	-5,5%
	JHSF3	R\$ 7,81	R\$ 8,48	-8,0%	CLSC3	R\$ 54,02	R\$ 60,00	-10,0%	COCE3	R\$ 69,69	R\$ 84,99	-18,0%
	JSLG3	R\$ 29,07	R\$ 31,64	-8,1%	MRF3	R\$ 16,59	R\$ 17,22	-3,6%	JHSF3	R\$ 8,06	R\$ 8,56	-5,8%
	MGLU3	R\$ 81,38	R\$ 89,50	-9,1%	PRI03	R\$ 44,47	R\$ 46,71	-4,8%	TRIS3	R\$ 12,03	R\$ 12,89	-6,7%
	MTSA4	R\$ 21,22	R\$ 22,80	-6,9%	TASA4	R\$ 5,60	R\$ 5,93	-5,6%	UNIP6	R\$ 28,51	R\$ 30,09	-5,3%

Com a abertura da precificação dos ativos, fica evidente que as carteiras estão tão diferentes, pois os preços previstos estão divergindo da realidade. Ao analisar os ativos do portfólio com precificação prevista, entendemos que não há um padrão de variação entre o valor real e o estimado. No entanto, considerando o outro portfólio, percebemos que todas as predições estão abaixo do preço real obtido por aquele ativo. Com isso, fica claro o motivo pelo qual a maioria das ações da melhor escolha de compra, para qualquer um dos dias entre 13/08 e 20/08, não estão presentes, também, na escolha preditiva.

## 4. Conclusão

Tendo em vista tudo o que foi exposto anteriormente, podemos concluir que o modelo matemático desenvolvido para a previsão de preços de ações e escolha do portfólio que maximize a lucratividade traz retorno para o investidor, mesmo que abaixo do que poderia.

Ao analisar a precificação dos ativos gerada pelo modelo, presentes na carteira ideal, percebemos que seus respectivos valores oficiais estão acima do previsto. Dessa maneira, é necessário aprimorar o algoritmo preditivo, para que as compras sugeridas sejam semelhantes às escolhas no cenário ótimo.

Portanto, o modelo ainda precisa de melhorias, tanto nos primeiros filtros dos ativos, como, por exemplo, considerar apenas aqueles papéis com alta liquidez, o que facilita nas negociações, quanto no método preditivo de preços. Além disso, existem variáveis que podem ser alteradas, a fim de obter uma otimização mais assertiva, como a representatividade máxima de cada ação no portfólio.

Para concluir, apesar dos resultados obtidos não serem os melhores possíveis, fica evidente a aplicação da matemática em uma situação do cotidiano, possibilitando, ainda, geração de renda para o investidor.

## 5. Índices e especificações dos ativos

TICKER	Empresa	Setor	SubSetor	Segmento
AALR3	ALLIAR ON NM	Saúde	Análises e Diagnósticos	Análises e Diagnósticos
ABCB4	ABC Brasil PN N2	Financeiro	Intermediários Financeiros	Bancos
ABEV3	AMBEV S/A ON NM	Consumo não cíclico	Bebidas	Cervejas e Refrigerantes
ADHM3	VITALYZE.ME	Saúde	Análises e Diagnósticos	Análises e Diagnósticos
AFLT3	AFLUENTE T ON	Utilidade Pública	Energia Elétrica	Energia Elétrica
AGRO3	BRASILAGRO ON NM	Consumo não cíclico	Agropecuária	Agricultura
AHEB3	PARQUE ANHEMBI ON	Consumo Cíclico	Viagens e Lazer	Produção de Eventos e Shows
AHEB5	PARQUE ANHEMBI ON	Consumo Cíclico	Viagens e Lazer	Produção de Eventos e Shows
ALPA3	ALPARGATAS ON N1	Consumo Cíclico	Tecidos, Vestuário e Calçados	Calçados
ALPA4	ALPARGATAS ON N1	Consumo Cíclico	Tecidos, Vestuário e Calçados	Calçados
ALSO3	ALIANSCSONAE ON	Financeiro	Exploração de Imóveis	Exploração de Imóveis
ALUP11	ALUPAR PN N2	Utilidade Pública	Energia Elétrica	Energia Elétrica
ALUP3	ALUPAR PN N2	Utilidade Pública	Energia Elétrica	Energia Elétrica
ALUP4	ALUPAR PN N2	Utilidade Pública	Energia Elétrica	Energia Elétrica
AMAR3	LOJAS MARISA ON NM	Consumo Cíclico	Comércio	Tecidos, Vestuário e Calçados
ANIM3	ANIMA ON NM	Consumo Cíclico	Diversos	Serviços Educacionais
APER3	ALPER S.A. ON	Financeiro	Previdência e Seguros	Corretoras de Seguros
ARZZ3	AREZZO CO ON NM	Consumo Cíclico	Comércio	Tecidos, Vestuário e Calçados
ATOM3	ATOMPAR ON	Outros	Outros	Outros
AZEV3	AZEVEDO & TRAVASSOS ON	Bens Industriais	Construção e Engenharia	Construção Pesada
AZEV4	AZEVEDO & TRAVASSOS ON	Bens Industriais	Construção e Engenharia	Construção Pesada
AZUL4	AZUL PN	Bens Industriais	Transporte	Transporte Aéreo
B3SA3	B3 ON	Financeiro	Serviços Financeiros Diversos	Serviços Financeiros Diversos
BAHI3	BAHEMA ON	Consumo Cíclico	Diversos	Serviços Educacionais
BALM3	BAUMER PN	Saúde	Equipamentos	Equipamentos
BALM4	BAUMER PN	Saúde	Equipamentos	Equipamentos
BAUH4	EXCELSIOR PN	Consumo não cíclico	Alimentos Processados	Carnes e Derivados
BAZA3	BANCO DA AMAZONIA S.A. ON	Financeiro	Intermediários Financeiros	Bancos
BBAS3	BANCO DO BRASIL S.A. ON	Financeiro	Intermediários Financeiros	Bancos
BBDC3	BANCO BRADESCO S.A. PN N1	Financeiro	Intermediários Financeiros	Bancos
BBDC4	BANCO BRADESCO S.A. PN N1	Financeiro	Intermediários Financeiros	Bancos
BBRK3	BR Brokers ON NM	Financeiro	Exploração de Imóveis	Intermediação Imobiliária
BBSE3	BBSEGURIDADE ON NM	Financeiro	Previdência e Seguros	Seguradoras
BDLL3	BAEDELLA PN	Bens Industriais	Máquinas e Equipamentos	Máq. e Equip. Industriais
BDLL4	BAEDELLA PN	Bens Industriais	Máquinas e Equipamentos	Máq. e Equip. Industriais
BEEF3	Minerva ON NM	Consumo não cíclico	Alimentos Processados	Carnes e Derivados
BEES3	BANESTES S/A ON	Financeiro	Intermediários Financeiros	Bancos

BEES4	BANESTES S/A ON	Financeiro	Intermediários Financeiros	Bancos
BGIP3	BANESE PN	Financeiro	Intermediários Financeiros	Bancos
BGIP4	BANESE PN	Financeiro	Intermediários Financeiros	Bancos
BIDI11	INTER BANCO PN N2	Financeiro	Intermediários Financeiros	Bancos
BIDI3	INTER BANCO PN N2	Financeiro	Intermediários Financeiros	Bancos
BIDI4	INTER BANCO PN N2	Financeiro	Intermediários Financeiros	Bancos
BIOM3	BIOMM SA ON	Saúde	Medicamentos e Outros Produtos	Medicamentos e Outros Produtos
BKBR3	BK BRASIL ON NM	Consumo Cíclico	Hoteis e Restaurantes	Restaurante e Similares
BMEB3	BANCO MERCANTIL DO BRASIL S/A PN	Financeiro	Intermediários Financeiros	Bancos
BMEB4	BANCO MERCANTIL DO BRASIL S/A PN	Financeiro	Intermediários Financeiros	Bancos
BMGB4	BANCO BMG PN N1	Financeiro	Intermediários Financeiros	Bancos
BMIN3	BANCO MERCANTIL DE INVESTIMENTOS SA PN	Financeiro	Intermediários Financeiros	Bancos
BMIN4	BANCO MERCANTIL DE INVESTIMENTOS SA PN	Financeiro	Intermediários Financeiros	Bancos
BMKS3	MONARK ON	Consumo Cíclico	Viagens e Lazer	Bicicletas
BNBR3	BANCO DO NORDESTE ON	Financeiro	Intermediários Financeiros	Bancos
BOBR4	BOMBRIIL SA PN	Consumo não cíclico	Produtos de Uso Pessoal e de Limpeza	Produtos de Limpeza
BPAC11	BTGP BANCO PNA	Financeiro	Intermediários Financeiros	Bancos
BPAC3	BTGP BANCO PNA	Financeiro	Intermediários Financeiros	Bancos
BPAC5	BTGP BANCO PNA	Financeiro	Intermediários Financeiros	Bancos
BPAN4	BANCO PAN PN	Financeiro	Intermediários Financeiros	Bancos
BPAP3	BANPARÁ S.A. ON	Financeiro	Intermediários Financeiros	Bancos
BRAP3	BRADESPAR S/A PN N1	Materiais Básicos	Mineração	Minerais Metálicos
BRAP4	BRADESPAR S/A PN N1	Materiais Básicos	Mineração	Minerais Metálicos
BRDT3	PETROBRAS BR ON NM	Petróleo, Gás e Biocombustíveis	Petróleo, Gás e Biocombustíveis	Exploração, Refino e Distribuição
BRFS3	BRF Foods ON NM	Consumo não cíclico	Alimentos Processados	Carnes e Derivados
BRGE11	CONSORCIO ALFA PNC	Financeiro	Previdência e Seguros	Seguradoras
BRGE12	CONSORCIO ALFA PNC	Financeiro	Previdência e Seguros	Seguradoras
BRGE3	CONSORCIO ALFA PNC	Financeiro	Previdência e Seguros	Seguradoras
BRGE5	CONSORCIO ALFA PNC	Financeiro	Previdência e Seguros	Seguradoras
BRGE6	CONSORCIO ALFA PNC	Financeiro	Previdência e Seguros	Seguradoras
BRGE7	CONSORCIO ALFA PNC	Financeiro	Previdência e Seguros	Seguradoras
BRGE8	CONSORCIO ALFA PNC	Financeiro	Previdência e Seguros	Seguradoras
BRIV3	ALFA DE INVESTIMENTO PN	Financeiro	Intermediários Financeiros	Bancos
BRIV4	ALFA DE INVESTIMENTO PN	Financeiro	Intermediários Financeiros	Bancos
BRKM3	BRASKEM PNA N1	Materiais Básicos	Químicos	Petroquímicos
BRKM5	BRASKEM PNA N1	Materiais Básicos	Químicos	Petroquímicos
BRKM6	BRASKEM PNA N1	Materiais Básicos	Químicos	Petroquímicos
BRML3	BR MALLS PARTICIPAÇÕES S/A ON	Financeiro	Exploração de Imóveis	Exploração de Imóveis
BRPR3	BR PROPERTIES ON NM	Financeiro	Exploração de Imóveis	Exploração de Imóveis
BRSR3	BANRISUL S/A PNB	Financeiro	Intermediários Financeiros	Bancos
BRSR5	BANRISUL S/A PNB	Financeiro	Intermediários Financeiros	Bancos
BRSR6	BANRISUL S/A PNB	Financeiro	Intermediários Financeiros	Bancos

BSEV3	BIOSEV ON NM	Consumo não cíclico	Alimentos Processados	Açúcar e Alcool
BSLI3	BRB ON	Financeiro	Intermediários Financeiros	Bancos
BSLI4	BRB ON	Financeiro	Intermediários Financeiros	Bancos
BTOW3	B2W COMPANHIA GLOBAL DO VAREJO ON	Consumo Cíclico	Comércio	Produtos Diversos
BTTL3	APABA ON	Bens Industriais	Comércio	Material de Transporte
CALI3	CAL S/A PN	Consumo Cíclico	Construção Civil	Incorporações
CALI4	CAL S/A PN	Consumo Cíclico	Construção Civil	Incorporações
CAML3	CAMIL ON NM	Consumo não cíclico	Alimentos Processados	Alimentos Diversos
CARD3	CSU CARDSYST ON NM	Bens Industriais	Serviços Diversos	Serviços Diversos
CASN3	CASAN ON	Utilidade Pública	Água e Saneamento	Água e Saneamento
CASN4	CASAN ON	Utilidade Pública	Água e Saneamento	Água e Saneamento
CBEE3	AMPLA ENERG ON	Utilidade Pública	Energia Elétrica	Energia Elétrica
CCPR3	CYRELA COMMERCIAL PROPERTIES SA EMP PART ON	Financeiro	Exploração de Imóveis	Exploração de Imóveis
CCRO3	COMPANHIA DE CONCESSÕES RODOVIÁRIAS ON NM	Bens Industriais	Transporte	Exploração de Rodovias
CEAB3	CEA MODAS ON NM	Consumo Cíclico	Comércio	Tecidos, Vestuário e Calçados
CEBR3	CEB COMPANHIA ENERGÉTICA DE BRASÍLIA PNA	Utilidade Pública	Energia Elétrica	Energia Elétrica
CEBR5	CEB COMPANHIA ENERGÉTICA DE BRASÍLIA PNA	Utilidade Pública	Energia Elétrica	Energia Elétrica
CEBR6	CEB COMPANHIA ENERGÉTICA DE BRASÍLIA PNA	Utilidade Pública	Energia Elétrica	Energia Elétrica
CEDO3	CIA. DE FIAÇÃO E TECIDOS CEDRO CÁCHOEIRA PN	Consumo Cíclico	Tecidos, Vestuário e Calçados	Fios e Tecidos
CEDO4	CIA. DE FIAÇÃO E TECIDOS CEDRO CÁCHOEIRA PN	Consumo Cíclico	Tecidos, Vestuário e Calçados	Fios e Tecidos
CEEB3	COELBA ON	Utilidade Pública	Energia Elétrica	Energia Elétrica
CEEB5	COELBA ON	Utilidade Pública	Energia Elétrica	Energia Elétrica
CEED3	CEED ON N1	Utilidade Pública	Energia Elétrica	Energia Elétrica
CEED4	CEED ON N1	Utilidade Pública	Energia Elétrica	Energia Elétrica
CEGR3	CEG ON	Utilidade Pública	Gás	Gás
CEPE5	CELPE PNB	Utilidade Pública	Energia Elétrica	Energia Elétrica
CEPE6	CELPE PNB	Utilidade Pública	Energia Elétrica	Energia Elétrica
CESP3	CESP CIA ENERGETICA SAO PAULO PNA	Utilidade Pública	Energia Elétrica	Energia Elétrica
CESP5	CESP CIA ENERGETICA SAO PAULO PNA	Utilidade Pública	Energia Elétrica	Energia Elétrica
CESP6	CESP CIA ENERGETICA SAO PAULO PNA	Utilidade Pública	Energia Elétrica	Energia Elétrica
CGAS3	COMPANHIA DE GÁS DE SÃO PAULO COMGÁS ON	Utilidade Pública	Gás	Gás
CGAS5	COMPANHIA DE GÁS DE SÃO PAULO COMGÁS ON	Utilidade Pública	Gás	Gás
CGRA3	GRAZZIOTIN ON	Consumo Cíclico	Comércio	Tecidos, Vestuário e Calçados
CGRA4	GRAZZIOTIN ON	Consumo Cíclico	Comércio	Tecidos, Vestuário e Calçados
CIEL3	CIELO ON NM	Financeiro	Serviços Financeiros Diversos	Serviços Financeiros Diversos

CLSC3	CELESC PN N2	Utilidade Pública	Energia Elétrica	Energia Elétrica
CLSC4	CELESC PN N2	Utilidade Pública	Energia Elétrica	Energia Elétrica
CMIG3	CEMIG PN N1	Utilidade Pública	Energia Elétrica	Energia Elétrica
CMIG4	CEMIG PN N1	Utilidade Pública	Energia Elétrica	Energia Elétrica
CNTO3	CENTAURO ON NM	Consumo Cíclico	Comércio	Produtos Diversos
COCE3	CIA ENERG CEARA COELCE ON	Utilidade Pública	Energia Elétrica	Energia Elétrica
COCE5	CIA ENERG CEARA COELCE ON	Utilidade Pública	Energia Elétrica	Energia Elétrica
COGN3	COGNA ON	Consumo Cíclico	Diversos	Serviços Educacionais
CORR4	CORREA RIBEIRO SA COM. IND. ON	Financeiro	Exploração de Imóveis	Exploração de Imóveis
CPFE3	CPFL ENERGIA S.A. ON	Utilidade Pública	Energia Elétrica	Energia Elétrica
CPLE3	COPEL PNA	Utilidade Pública	Energia Elétrica	Energia Elétrica
CPLE6	COPEL PNA	Utilidade Pública	Energia Elétrica	Energia Elétrica
CPRE3	CPFL RENOVAV ON NM	Utilidade Pública	Energia Elétrica	Energia Elétrica
CRDE3	CR2 ON	Consumo Cíclico	Construção Civil	Incorporações
CRFB3	CARREFOUR BR ON NM	Consumo não cíclico	Comércio e Distribuição	Alimentos
CRIV3	ALFA FINANCEIRA PN	Financeiro	Intermediários Financeiros	Soc. Crédito e Financiamento
CRIV4	ALFA FINANCEIRA PN	Financeiro	Intermediários Financeiros	Soc. Crédito e Financiamento
CRPG3	CRISTAL PNA	Materiais Básicos	Químicos	Químicos Diversos
CRPG5	CRISTAL PNA	Materiais Básicos	Químicos	Químicos Diversos
CRPG6	CRISTAL PNA	Materiais Básicos	Químicos	Químicos Diversos
CSAB3	COMPANHIA DE SEGUROS ALIANÇA DA BAHIA PN	Financeiro	Previdência e Seguros	Seguradoras
CSAB4	COMPANHIA DE SEGUROS ALIANÇA DA BAHIA PN	Financeiro	Previdência e Seguros	Seguradoras
CSAN3	COSAN SA INDUSTRIA E COMERCIO ON	Petróleo, Gás e Biocombustíveis	Petróleo, Gás e Biocombustíveis	Exploração, Refino e Distribuição
CSMG3	COPASA MG ON	Utilidade Pública	Água e Saneamento	Água e Saneamento
CSNA3	CSN ON	Materiais Básicos	Siderurgia e Metalurgia	Siderurgia
CSRN3	COSERN PNB	Utilidade Pública	Energia Elétrica	Energia Elétrica
CSRN5	COSERN PNB	Utilidade Pública	Energia Elétrica	Energia Elétrica
CSRN6	COSERN PNB	Utilidade Pública	Energia Elétrica	Energia Elétrica
CTKA3	KARSTEN PN	Consumo Cíclico	Tecidos, Vestuário e Calçados	Fios e Tecidos
CTKA4	KARSTEN PN	Consumo Cíclico	Tecidos, Vestuário e Calçados	Fios e Tecidos
CTNM3	COTEMINAS PN	Consumo Cíclico	Tecidos, Vestuário e Calçados	Fios e Tecidos
CTNM4	COTEMINAS PN	Consumo Cíclico	Tecidos, Vestuário e Calçados	Fios e Tecidos
CTSA3	SANTANENSE PN	Consumo Cíclico	Tecidos, Vestuário e Calçados	Fios e Tecidos
CTSA4	SANTANENSE PN	Consumo Cíclico	Tecidos, Vestuário e Calçados	Fios e Tecidos
CVCB3	CVC BRASIL ON NM	Consumo Cíclico	Viagens e Lazer	Viagens e Turismo
CYRE3	CYRELA BRAZIL REALTY PN	Consumo Cíclico	Construção Civil	Incorporações
DASA3	DIAGNOSTICOS DA AMERICA SA ON	Saúde	Análises e Diagnósticos	Análises e Diagnósticos
DIRR3	Direcional Engenharia ON NM	Consumo Cíclico	Construção Civil	Incorporações
DMMO3	DOMMO ON	Petróleo, Gás e Biocombustíveis	Petróleo, Gás e Biocombustíveis	Exploração, Refino e Distribuição

DOHL3	DOHLER PN	Consumo Cíclico	Tecidos, Vestuário e Calçados	Fios e Tecidos
DOHL4	DOHLER PN	Consumo Cíclico	Tecidos, Vestuário e Calçados	Fios e Tecidos
DTCY3	DTCOM ON	Bens Industriais	Serviços Diversos	Serviços Diversos
DTEX3	DURATEX ON NM	Materiais Básicos	Madeira e Papel	Madeira
EALT3	ELECTRO AÇO ALTONA S/A PN	Bens Industriais	Máquinas e Equipamentos	Máq. e Equip. Industriais
EALT4	ELECTRO AÇO ALTONA S/A PN	Bens Industriais	Máquinas e Equipamentos	Máq. e Equip. Industriais
ECOR3	ECORODOVIAS ON NM	Bens Industriais	Transporte	Exploração de Rodovias
ECPR3	ENCORPAR PN	Consumo Cíclico	Tecidos, Vestuário e Calçados	Fios e Tecidos
ECPR4	ENCORPAR PN	Consumo Cíclico	Tecidos, Vestuário e Calçados	Fios e Tecidos
EEEL3	CEEE ON N1	Utilidade Pública	Energia Elétrica	Energia Elétrica
EEEL4	CEEE ON N1	Utilidade Pública	Energia Elétrica	Energia Elétrica
EGIE3	ENGIE BRASIL ON	Utilidade Pública	Energia Elétrica	Energia Elétrica
EKTR3	ELEKTRO ELETRICIDADE E SERVIÇOS S.A. PN	Utilidade Pública	Energia Elétrica	Energia Elétrica
EKTR4	ELEKTRO ELETRICIDADE E SERVIÇOS S.A. PN	Utilidade Pública	Energia Elétrica	Energia Elétrica
ELEK3	ELEKEIROZ S/A ON	Materiais Básicos	Químicos	Petroquímicos
ELEK4	ELEKEIROZ S/A ON	Materiais Básicos	Químicos	Petroquímicos
ELET3	ELETROBRÁS PNB	Utilidade Pública	Energia Elétrica	Energia Elétrica
ELET5	ELETROBRÁS PNB	Utilidade Pública	Energia Elétrica	Energia Elétrica
ELET6	ELETROBRÁS PNB	Utilidade Pública	Energia Elétrica	Energia Elétrica
EMAE3	EMAE PN	Utilidade Pública	Energia Elétrica	Energia Elétrica
EMAE4	EMAE PN	Utilidade Pública	Energia Elétrica	Energia Elétrica
EMBR3	EMBRAER ON	Bens Industriais	Material de Transporte	Material Aeronáutico e de Defesa
ENAT3	ENAUTA PART ON	Petróleo, Gás e Biocombustíveis	Petróleo, Gás e Biocombustíveis	Exploração, Refino e Distribuição
ENBR3	EDP ENERGIAS DO BRASIL S/A ON	Utilidade Pública	Energia Elétrica	Energia Elétrica
ENEV3	ENEVA ON	Utilidade Pública	Energia Elétrica	Energia Elétrica
ENGI11	ENERGISA PN	Utilidade Pública	Energia Elétrica	Energia Elétrica
ENGI3	ENERGISA PN	Utilidade Pública	Energia Elétrica	Energia Elétrica
ENGI4	ENERGISA PN	Utilidade Pública	Energia Elétrica	Energia Elétrica
ENMT3	ENERGISA MT ON	Utilidade Pública	Energia Elétrica	Energia Elétrica
ENMT4	ENERGISA MT ON	Utilidade Pública	Energia Elétrica	Energia Elétrica
EQPA3	EQTL PARA PNA	Utilidade Pública	Energia Elétrica	Energia Elétrica
EQPA5	EQTL PARA PNA	Utilidade Pública	Energia Elétrica	Energia Elétrica
EQPA6	EQTL PARA PNA	Utilidade Pública	Energia Elétrica	Energia Elétrica
EQPA7	EQTL PARA PNA	Utilidade Pública	Energia Elétrica	Energia Elétrica
EQTL3	EQUATORIAL ENERGIA S.A. ON NM	Utilidade Pública	Energia Elétrica	Energia Elétrica
ESTR3	ESTRELA ON	Consumo Cíclico	Viagens e Lazer	Brinquedos e Jogos
ESTR4	ESTRELA ON	Consumo Cíclico	Viagens e Lazer	Brinquedos e Jogos
ETER3	ETERNIT ON	Bens Industriais	Construção e Engenharia	Produtos para Construção
EUCA3	EUCATEX PN	Materiais Básicos	Madeira e Papel	Madeira
EUCA4	EUCATEX PN	Materiais Básicos	Madeira e Papel	Madeira
EVEN3	Even ON NM	Consumo Cíclico	Construção Civil	Incorporações
EZTC3	EZTec ON NM	Consumo Cíclico	Construção Civil	Incorporações

FESA3	FERBASA PN	Materiais Básicos	Siderurgia e Metalurgia	Siderurgia
FESA4	FERBASA PN	Materiais Básicos	Siderurgia e Metalurgia	Siderurgia
FHER3	Fer Heringer ON NM	Materiais Básicos	Químicos	Fertilizantes e Defensivos
FLRY3	FLEURY ON NM	Saúde	Análises e Diagnósticos	Análises e Diagnósticos
FRAS3	FRASLE S.A. ON	Bens Industriais	Material de Transporte	Material Rodoviário
FRIO3	Metalfrio ON NM	Bens Industriais	Máquinas e Equipamentos	Máq. e Equip. Industriais
FRTA3	POMIFRUTAS ON NM	Consumo não cíclico	Agropecuária	Agricultura
GEPA3	DUKE ENERGY INT, GERAÇÃO PARANAPANEMA SA ON	Utilidade Pública	Energia Elétrica	Energia Elétrica
GEPA4	DUKE ENERGY INT, GERAÇÃO PARANAPANEMA SA ON	Utilidade Pública	Energia Elétrica	Energia Elétrica
GFSA3	GAFISA ON	Consumo Cíclico	Construção Civil	Incorporações
GGBR3	GERDAU S.A. ON N1	Materiais Básicos	Siderurgia e Metalurgia	Siderurgia
GGBR4	GERDAU S.A. ON N1	Materiais Básicos	Siderurgia e Metalurgia	Siderurgia
GNDI3	INTERMEDICA ON NM	Saúde	Análises e Diagnósticos	Análises e Diagnósticos
GOAU3	METALÚRGICA GERDAU ON N1	Materiais Básicos	Siderurgia e Metalurgia	Siderurgia
GOAU4	METALÚRGICA GERDAU ON N1	Materiais Básicos	Siderurgia e Metalurgia	Siderurgia
GOLL4	GOL LINHAS AEREAS INTELIGENTES SA PN	Bens Industriais	Transporte	Transporte Aéreo
GRND3	GRENDENE SA ON	Consumo Cíclico	Tecidos, Vestuário e Calçados	Calçados
GSHP3	Generalshopp ON NM	Financeiro	Exploração de Imóveis	Exploração de Imóveis
GUAR3	GUARARAPES CONFECÇÕES ON	Consumo Cíclico	Comércio	Tecidos, Vestuário e Calçados
HAGA3	HAGA ON	Bens Industriais	Construção e Engenharia	Produtos para Construção
HAGA4	HAGA ON	Bens Industriais	Construção e Engenharia	Produtos para Construção
HAPV3	HAPVIDA ON NM	Saúde	Análises e Diagnósticos	Análises e Diagnósticos
HBOR3	Helbor ON	Consumo Cíclico	Construção Civil	Incorporações
HBTS5	CIA HABITASUL PNA	Financeiro	Exploração de Imóveis	Exploração de Imóveis
HETA3	HERCULES S/A PN	Consumo Cíclico	Utilidades Domésticas	Utensílios Domésticos
HETA4	HERCULES S/A PN	Consumo Cíclico	Utilidades Domésticas	Utensílios Domésticos
HGTX3	CIA HERING ON N1	Consumo Cíclico	Tecidos, Vestuário e Calçados	Vestuário
HOOT4	HOTEIS OTHON S.A. PN	Consumo Cíclico	Hoteis e Restaurantes	Hotelaria
HYPE3	HYPERA ON	Saúde	Comércio e Distribuição	Medicamentos e Outros Produtos
IDNT3	IDEIASNET ON	Financeiro	Serviços Financeiros Diversos	Gestão de Recursos e Investimentos
IDVL3	Indusval ON N1	Financeiro	Intermediários Financeiros	Bancos
IDVL4	Indusval ON N1	Financeiro	Intermediários Financeiros	Bancos
IGBR3	GRADIENTE ON	Financeiro	Exploração de Imóveis	Exploração de Imóveis
IGTA3	IGUATEMI ON NM	Financeiro	Exploração de Imóveis	Exploração de Imóveis
INEP3	INEPAR S/A ON	Bens Industriais	Máquinas e Equipamentos	Máq. e Equip. Industriais
INEP4	INEPAR S/A ON	Bens Industriais	Máquinas e Equipamentos	Máq. e Equip. Industriais
IRBR3	IRBBRASIL RE ON NM	Financeiro	Previdência e Seguros	Seguradoras
ITSA3	ITAÚSA PN N1	Financeiro	Intermediários Financeiros	Bancos
ITSA4	ITAÚSA PN N1	Financeiro	Intermediários Financeiros	Bancos
ITUB3	ITAUNIBANCO ON N1	Financeiro	Intermediários Financeiros	Bancos
ITUB4	ITAUNIBANCO ON N1	Financeiro	Intermediários Financeiros	Bancos
JBDU3	J B DUARTE PN	Outros	Outros	Outros



JBDU4	J B DUARTE PN	Outros	Outros	Outros
JBSS3	JBS ON NM	Consumo não cíclico	Alimentos Processados	Carnes e Derivados
JFEN3	JOÃO FORTES ENGENHARIA S.A. ON	Consumo Cíclico	Construção Civil	Incorporações
JHSF3	JHSF Part ON NM	Consumo Cíclico	Construção Civil	Incorporações
JOPA3	JOSAPAR S/A PN	Consumo não cíclico	Alimentos Processados	Alimentos Diversos
JOPA4	JOSAPAR S/A PN	Consumo não cíclico	Alimentos Processados	Alimentos Diversos
JPSA3	JEREISSATI PARTICIPACOES ON	Financeiro	Exploração de Imóveis	Exploração de Imóveis
JSLG3	JULIO SIMOES ON NM	Bens Industriais	Transporte	Transporte Rodoviário
KEPL3	KEPLER WEBER SA ON	Bens Industriais	Máquinas e Equipamentos	Máq. e Equip. Industriais
KLBN11	KLABIN PN N2	Materiais Básicos	Madeira e Papel	Papel e Celulose
KLBN3	KLABIN PN N2	Materiais Básicos	Madeira e Papel	Papel e Celulose
KLBN4	KLABIN PN N2	Materiais Básicos	Madeira e Papel	Papel e Celulose
LAME3	LOJAS AMERICANAS S.A. ON	Consumo Cíclico	Comércio	Produtos Diversos
LAME4	LOJAS AMERICANAS S.A. ON	Consumo Cíclico	Comércio	Produtos Diversos
LCAM3	LOCAMERICA ON NM	Consumo Cíclico	Diversos	Aluguel de carros
LEVE3	MAHLE METAL LEVE ON	Consumo Cíclico	Automóveis e Motocicletas	Automóveis e Motocicletas
LIGT3	LIGHT SA ON	Utilidade Pública	Energia Elétrica	Energia Elétrica
LINX3	LINX ON NM	Tecnologia da Informação	Programas e Serviços	Programas e Serviços
LIPR3	LIGHTPAR ON	Utilidade Pública	Energia Elétrica	Energia Elétrica
LLIS3	LE LIS BLANC DEUX ON	Consumo Cíclico	Comércio	Tecidos, Vestuário e Calçados
LOGG3	LOG COM PROP ON NM	Financeiro	Exploração de Imóveis	Exploração de Imóveis
LOGN3	LogIn ON NM	Bens Industriais	Transporte	Transporte Hidroviário
LPSB3	LOPES BRASIL ON NM	Financeiro	Exploração de Imóveis	Intermediação Imobiliária
LREN3	RENNER ON	Consumo Cíclico	Comércio	Tecidos, Vestuário e Calçados
LUPA3	LUPATECH ON NM	Petróleo, Gás e Biocombustíveis	Petróleo, Gás e Biocombustíveis	Equipamentos e Serviços
LUXM4	TREVISA INVESTIMENTOS SA PN	Bens Industriais	Transporte	Transporte Hidroviário
LWSA3	LOCAWEB ON NM	Tecnologia da Informação	Programas e Serviços	Programas e Serviços
MAPT3	CIA MARCOPOLO ON	Outros	Outros	Outros
MAPT4	CIA MARCOPOLO ON	Outros	Outros	Outros
MDIA3	M.DIASBRANCO ON NM	Consumo não cíclico	Alimentos Processados	Alimentos Diversos
MEAL3	IMC S/A ON NM	Consumo Cíclico	Hoteis e Restaurantes	Restaurante e Similares
MERC3	MERCANTIL BRASIL PN	Financeiro	Intermediários Financeiros	Soc. Crédito e Financiamento
MERC4	MERCANTIL BRASIL PN	Financeiro	Intermediários Financeiros	Soc. Crédito e Financiamento
MGEL4	MANGELS PN N1	Materiais Básicos	Siderurgia e Metalurgia	Artefatos de Ferro e Aço
MGLU3	MAGAZ LUIZA ON NM	Consumo Cíclico	Comércio	Eletrrodomésticos
MILS3	MILLS ON NM	Bens Industriais	Construção e Engenharia	Serviços Diversos
MMXM3	MMX MINER ON NM	Materiais Básicos	Mineração	Minerais Metálicos
MNDL3	MUNDIAL S/A ON	Consumo Cíclico	Tecidos, Vestuário e Calçados	Acessórios
MNPR3	MINUPAR ON	Consumo não cíclico	Alimentos Processados	Carnes e Derivados
MOAR3	MONTEIRO ARANHA ON	Financeiro	Holdings Diversificadas	Holdings Diversificadas
MOVI3	MOVIDA ON NM	Consumo Cíclico	Diversos	Aluguel de carros
MRFG3	Marfrig ON NM	Consumo não cíclico	Alimentos Processados	Carnes e Derivados
MRVE3	MRV ON NM	Consumo Cíclico	Construção Civil	Incorporações

MSPA3	MELHORAMENTOS ON	Materiais Básicos	Madeira e Papel	Papel e Celulose
MSPA4	MELHORAMENTOS ON	Materiais Básicos	Madeira e Papel	Papel e Celulose
MTIG4	IGUAÇU ON	Materiais Básicos	Embalagens	Embalagens
MTRE3	MITRE REALTY ON NM	Consumo Cíclico	Construção Civil	Incorporações
MTSA3	METISA PN	Bens Industriais	Máquinas e Equipamentos	Máq. e Equip. Construção e Agrícolas
MTSA4	METISA PN	Bens Industriais	Máquinas e Equipamentos	Máq. e Equip. Construção e Agrícolas
MULT3	Multiplan ON N2	Financeiro	Exploração de Imóveis	Exploração de Imóveis
MWET3	WETZEL S.A. ON	Bens Industriais	Material de Transporte	Material Rodoviário
MWET4	WETZEL S.A. ON	Bens Industriais	Material de Transporte	Material Rodoviário
MYPK3	IOCHPEMAXION ON	Consumo Cíclico	Automóveis e Motocicletas	Automóveis e Motocicletas
NAFG3	NADIR FIGUEIREDO ON	Consumo Cíclico	Utilidades Domésticas	Utensílios Domésticos
NAFG4	NADIR FIGUEIREDO ON	Consumo Cíclico	Utilidades Domésticas	Utensílios Domésticos
NEOE3	NEOENERGIA ON NM	Utilidade Pública	Energia Elétrica	Energia Elétrica
NORD3	NORDON INDS METALURGICAS SA ON	Bens Industriais	Máquinas e Equipamentos	Máq. e Equip. Industriais
NTCO3	GRUPO NATURA ON NM	Consumo não cíclico	Produtos de Uso Pessoal e de Limpeza	Produtos de Uso Pessoal
ODPV3	ODONTOPREV ON NM	Saúde	Análises e Diagnósticos	Análises e Diagnósticos
OFSA3	OUROFINO S/A ON NM	Saúde	Medicamentos e Outros Produtos	Medicamentos e Outros Produtos
OIBR3	OI ON N1	Comunicações	Telecomunicações	Telecomunicações
OIBR4	OI ON N1	Comunicações	Telecomunicações	Telecomunicações
OMGE3	OMEGA GER ON NM	Utilidade Pública	Energia Elétrica	Energia Elétrica
OSXB3	OSX BRASIL ON NM	Petróleo, Gás e Biocombustíveis	Petróleo, Gás e Biocombustíveis	Equipamentos e Serviços
PARD3	IHPARDINI ON NM	Saúde	Análises e Diagnósticos	Análises e Diagnósticos
PATI3	PANATLANTICA ON	Materiais Básicos	Siderurgia e Metalurgia	Artefatos de Ferro e Aço
PATI4	PANATLANTICA ON	Materiais Básicos	Siderurgia e Metalurgia	Artefatos de Ferro e Aço
PCAR3	PÃO DE AÇÚCAR ON	Consumo não cíclico	Comércio e Distribuição	Alimentos
PCAR4	PÃO DE AÇÚCAR ON	Consumo não cíclico	Comércio e Distribuição	Alimentos
PDGR3	PDG REALT ON NM	Consumo Cíclico	Construção Civil	Incorporações
PEAB3	CIA. DE PARTICIPAÇÕES ALIANÇA DA BAHIA PN	Financeiro	Holdings Diversificadas	Holdings Diversificadas
PEAB4	CIA. DE PARTICIPAÇÕES ALIANÇA DA BAHIA PN	Financeiro	Holdings Diversificadas	Holdings Diversificadas
PETR3	PETROBRAS PN	Petróleo, Gás e Biocombustíveis	Petróleo, Gás e Biocombustíveis	Exploração, Refino e Distribuição
PETR4	PETROBRAS PN	Petróleo, Gás e Biocombustíveis	Petróleo, Gás e Biocombustíveis	Exploração, Refino e Distribuição
PFRM3	PROFARMA ON NM	Saúde	Comércio e Distribuição	Medicamentos e Outros Produtos
PINE4	Pine PN	Financeiro	Intermediários Financeiros	Bancos
PLAS3	PLASCAR PARTICIPAÇÕES INDUSTRIAIS S.A ON	Consumo Cíclico	Automóveis e Motocicletas	Automóveis e Motocicletas
PMAM3	PARANAPANEMA S.A. ON	Materiais Básicos	Siderurgia e Metalurgia	Artefatos de Cobre
PNVL3	PANVEL FARMÁCIAS PN	Saúde	Comércio e Distribuição	Medicamentos e Outros Produtos
PNVL4	PANVEL FARMÁCIAS PN	Saúde	Comércio e Distribuição	Medicamentos e Outros Produtos
POMO3	MARCOPOLO ON	Bens Industriais	Material de Transporte	Material Rodoviário

POMO4	MARCOPOLO ON	Bens Industriais	Material de Transporte	Material Rodoviário
POSI3	POSITIVO INF ON NM	Tecnologia da Informação	Computadores e Equipamentos	Computadores e Equipamentos
PRI03	PETRORIO ON	Petróleo, Gás e Biocombustíveis	Petróleo, Gás e Biocombustíveis	Exploração, Refino e Distribuição
PRNR3	PRINER ON NM	Bens Industriais	Serviços Diversos	Serviços Diversos
PSSA3	PORTO SEGURO SA ON	Financeiro	Previdência e Seguros	Seguradoras
PTBL3	PORTOBELLO S/A ON	Bens Industriais	Construção e Engenharia	Produtos para Construção
PTNT3	PETTENATI PN	Consumo Cíclico	Tecidos, Vestuário e Calçados	Fios e Tecidos
PTNT4	PETTENATI PN	Consumo Cíclico	Tecidos, Vestuário e Calçados	Fios e Tecidos
QUAL3	QUALICORP ON NM	Saúde	Análises e Diagnósticos	Análises e Diagnósticos
RADL3	RAIADROGASIL ON	Saúde	Comércio e Distribuição	Medicamentos e Outros Produtos
RAIL3	ALL AMÉRICA LATINA LOGÍSTICA S/A ON NM	Bens Industriais	Transporte	Transporte Ferroviário
RANI3	CELULOSE IRANI ON	Materiais Básicos	Madeira e Papel	Papel e Celulose
RANI4	CELULOSE IRANI ON	Materiais Básicos	Madeira e Papel	Papel e Celulose
RAPT3	RANDON S.A. IMPLEMENTOS E PARTICIPAÇÕES ON N1	Bens Industriais	Material de Transporte	Material Rodoviário
RAPT4	RANDON S.A. IMPLEMENTOS E PARTICIPAÇÕES ON N1	Bens Industriais	Material de Transporte	Material Rodoviário
RCSL3	RECRUSUL PN	Bens Industriais	Material de Transporte	Material Rodoviário
RCSL4	RECRUSUL PN	Bens Industriais	Material de Transporte	Material Rodoviário
RDNI3	RODOBENSIMOB ON NM	Consumo Cíclico	Construção Civil	Incorporações
REDE3	REDE EMPRESAS DE ENERGIA ELÉTRICA S.A. ON	Utilidade Pública	Energia Elétrica	Energia Elétrica
RENT3	LOCALIZA RENT A CAR ON	Consumo Cíclico	Diversos	Aluguel de carros
RLOG3	COSAN LOG ON NM	Bens Industriais	Transporte	Transporte Ferroviário
RNEW11	RENOVA PN N2	Utilidade Pública	Energia Elétrica	Energia Elétrica
RNEW3	RENOVA PN N2	Utilidade Pública	Energia Elétrica	Energia Elétrica
RNEW4	RENOVA PN N2	Utilidade Pública	Energia Elétrica	Energia Elétrica
ROMI3	ROMI ON	Bens Industriais	Máquinas e Equipamentos	Máq. e Equip. Industriais
RPAD3	ALFA HOLDINGS PNA	Financeiro	Intermediários Financeiros	Bancos
RPAD5	ALFA HOLDINGS PNA	Financeiro	Intermediários Financeiros	Bancos
RPAD6	ALFA HOLDINGS PNA	Financeiro	Intermediários Financeiros	Bancos
RPMG3	REFINARIA DE PETRÓLEOS DE MANGUINHOS S.A ON	Petróleo, Gás e Biocombustíveis	Petróleo, Gás e Biocombustíveis	Exploração, Refino e Distribuição
RSID3	ROSSI RESIDENCIAL ON N1	Consumo Cíclico	Construção Civil	Incorporações
RSUL4	METALURGICA RIOSULENSE S/A PN	Bens Industriais	Material de Transporte	Material Rodoviário
SANB11	SANTANDER PN	Financeiro	Intermediários Financeiros	Bancos
SANB3	SANTANDER PN	Financeiro	Intermediários Financeiros	Bancos
SANB4	SANTANDER PN	Financeiro	Intermediários Financeiros	Bancos
SAPR11	SANEPAR PN	Utilidade Pública	Água e Saneamento	Água e Saneamento
SAPR3	SANEPAR PN	Utilidade Pública	Água e Saneamento	Água e Saneamento
SAPR4	SANEPAR PN	Utilidade Pública	Água e Saneamento	Água e Saneamento
SBSP3	SABESP ON NM	Utilidade Pública	Água e Saneamento	Água e Saneamento
SCAR3	SÃO CARLOS EMPREEND.E PARTICIPAÇÕES S.A. ON	Financeiro	Exploração de Imóveis	Exploração de Imóveis
SEER3	SER EDUCA ON NM	Consumo Cíclico	Diversos	Serviços Educacionais

SGPS3	Springs ON NM	Consumo Cíclico	Tecidos, Vestuário e Calçados	Fios e Tecidos
SHOW3	TIME FOR FUN ON NM	Consumo Cíclico	Viagens e Lazer	Produção de Eventos e Shows
SHUL4	SCHULZ PN	Bens Industriais	Máquinas e Equipamentos	Motores, Compressores e Outros
SLCE3	SLC Agricola ON NM	Consumo não cíclico	Agropecuária	Agricultura
SLED3	EDITORA SARAIVA ON	Consumo Cíclico	Comércio	Produtos Diversos
SLED4	EDITORA SARAIVA ON	Consumo Cíclico	Comércio	Produtos Diversos
SMLS3	SMILES ON NM	Consumo Cíclico	Diversos	Programas de Fidelização
SMT03	SAO MARTINHO ON NM	Consumo não cíclico	Alimentos Processados	Açucar e Alcool
SNSY5	SANSUY S.A. INDÚSTRIA DE PLÁSTICOS PNA	Materiais Básicos	Materiais Diversos	Materiais Diversos
SOND3	SONDOTECNICA S/A. PNB	Bens Industriais	Construção e Engenharia	Engenharia Consultiva
SOND5	SONDOTECNICA S/A. PNB	Bens Industriais	Construção e Engenharia	Engenharia Consultiva
SOND6	SONDOTECNICA S/A. PNB	Bens Industriais	Construção e Engenharia	Engenharia Consultiva
SPRI3	SPRINGER PNA	Financeiro	Holdings Diversificadas	Holdings Diversificadas
SPRI5	SPRINGER PNA	Financeiro	Holdings Diversificadas	Holdings Diversificadas
SPRI6	SPRINGER PNA	Financeiro	Holdings Diversificadas	Holdings Diversificadas
SQIA3	SINQIA ON	Tecnologia da Informação	Programas e Serviços	Programas e Serviços
STBP3	SBPAR ON NM	Bens Industriais	Transporte	Serviços de Apoio e Armazenagem
SULA11	Sul America PN	Financeiro	Previdência e Seguros	Seguradoras
SULA3	Sul America PN	Financeiro	Previdência e Seguros	Seguradoras
SULA4	Sul America PN	Financeiro	Previdência e Seguros	Seguradoras
SUZB3	Suzano Papel ON	Materiais Básicos	Madeira e Papel	Papel e Celulose
TAE11	TAESA PN N2	Utilidade Pública	Energia Elétrica	Energia Elétrica
TAE3	TAESA PN N2	Utilidade Pública	Energia Elétrica	Energia Elétrica
TAE4	TAESA PN N2	Utilidade Pública	Energia Elétrica	Energia Elétrica
TASA3	TAURUS ARMAS PN	Bens Industriais	Máquinas e Equipamentos	Armas e Munições
TASA4	TAURUS ARMAS PN	Bens Industriais	Máquinas e Equipamentos	Armas e Munições
TCNO3	TECNOSOLO S/A PN	Bens Industriais	Construção e Engenharia	Engenharia Consultiva
TCNO4	TECNOSOLO S/A PN	Bens Industriais	Construção e Engenharia	Engenharia Consultiva
TCSA3	TECNISA ON NM	Consumo Cíclico	Construção Civil	Incorporações
TECN3	TECHNOS ON NM	Consumo Cíclico	Tecidos, Vestuário e Calçados	Acessórios
TEKA3	TEKA S.A. PN	Consumo Cíclico	Tecidos, Vestuário e Calçados	Fios e Tecidos
TEKA4	TEKA S.A. PN	Consumo Cíclico	Tecidos, Vestuário e Calçados	Fios e Tecidos
TELB3	TELEBRAS PN	Comunicações	Telecomunicações	Telecomunicações
TELB4	TELEBRAS PN	Comunicações	Telecomunicações	Telecomunicações
TEND3	Tenda ON NM	Consumo Cíclico	Construção Civil	Incorporações
TESA3	TERRA SANTA ON NM	Consumo não cíclico	Agropecuária	Agricultura
<u>TGMA3</u>	Tegma ON NM	Bens Industriais	Transporte	Transporte Rodoviário
TIET11	AES TIETE E PN N2	Utilidade Pública	Energia Elétrica	Energia Elétrica
TIET3	AES TIETE E PN N2	Utilidade Pública	Energia Elétrica	Energia Elétrica
TIET4	AES TIETE E PN N2	Utilidade Pública	Energia Elétrica	Energia Elétrica
TIMP3	TIM PARTICIPAÇÕES S.A. ON	Comunicações	Telecomunicações	Telecomunicações
TKNO4	TEKNO PN	Materiais Básicos	Siderurgia e Metalurgia	Artefatos de Ferro e Aço

TOTS3	TOTVS ON NM	Tecnologia da Informação	Programas e Serviços	Programas e Serviços
TRIS3	Trisul ON NM	Consumo Cíclico	Construção Civil	Incorporações
TRPL3	TRANSMISSÃO PAULISTA PN N1	Utilidade Pública	Energia Elétrica	Energia Elétrica
TRPL4	TRANSMISSÃO PAULISTA PN N1	Utilidade Pública	Energia Elétrica	Energia Elétrica
TUPY3	TUPY ON	Bens Industriais	Material de Transporte	Material Rodoviário
TXRX3	RENAUX PN	Consumo Cíclico	Tecidos, Vestuário e Calçados	Fios e Tecidos
TXRX4	RENAUX PN	Consumo Cíclico	Tecidos, Vestuário e Calçados	Fios e Tecidos
UCAS3	UNICASA ON NM	Consumo Cíclico	Utilidades Domésticas	Móveis
UGPA3	ULTRAPAR PARTICIPAÇÕES SA ON	Petróleo, Gás e Biocombustíveis	Petróleo, Gás e Biocombustíveis	Exploração, Refino e Distribuição
UNIP3	UNIPAR PARTICIPAÇÕES S.A. PNB	Materiais Básicos	Químicos	Químicos Diversos
UNIP5	UNIPAR PARTICIPAÇÕES S.A. PNB	Materiais Básicos	Químicos	Químicos Diversos
UNIP6	UNIPAR PARTICIPAÇÕES S.A. PNB	Materiais Básicos	Químicos	Químicos Diversos
USIM3	USIMINAS PNA N1	Materiais Básicos	Siderurgia e Metalurgia	Siderurgia
USIM5	USIMINAS PNA N1	Materiais Básicos	Siderurgia e Metalurgia	Siderurgia
USIM6	USIMINAS PNA N1	Materiais Básicos	Siderurgia e Metalurgia	Siderurgia
VALE3	VALE ON NM	Materiais Básicos	Mineração	Minerais Metálicos
VIVA3	VIVARA S.A. ON NM	Consumo Cíclico	Tecidos, Vestuário e Calçados	Acessórios
VIVR3	VIVER ON NM	Consumo Cíclico	Construção Civil	Incorporações
VIVT3	TELEF BRASIL PN	Comunicações	Telecomunicações	Telecomunicações
VIVT4	TELEF BRASIL PN	Comunicações	Telecomunicações	Telecomunicações
VLID3	VALID ON NM	Bens Industriais	Serviços Diversos	Serviços Diversos
VULC3	VULCABRAS S/A. ON	Consumo Cíclico	Tecidos, Vestuário e Calçados	Calçados
VVAR3	VIAVAREJO ON	Consumo Cíclico	Comércio	Eletrrodomésticos
WEGE3	WEG SA ON N1	Bens Industriais	Máquinas e Equipamentos	Motores, Compressores e Outros
WHRL3	WHIRLPOOL S.A. PN	Consumo Cíclico	Utilidades Domésticas	Eletrrodomésticos
WHRL4	WHIRLPOOL S.A. PN	Consumo Cíclico	Utilidades Domésticas	Eletrrodomésticos
WIZS3	WIZ S.A. ON NM	Financeiro	Previdência e Seguros	Corretoras de Seguros
WLMM3	WLM ON	Bens Industriais	Comércio	Material de Transporte
WLMM4	WLM ON	Bens Industriais	Comércio	Material de Transporte
YDUQ3	YDUQS PART ON	Consumo Cíclico	Diversos	Serviços Educacionais

## 6. Referências bibliográficas

- [1] 2020. [Online]. Available: <https://www.python.org/>.
- [2] 2020. [Online]. Available: <https://www.sunoresearch.com.br/artigos/roe-e-roic-entenda-diferenca/>.
- [3] 2020. [Online]. Available: <https://finance.yahoo.com/>.
- [4] 2020. [Online]. Available: <http://www.fundamentus.com.br/index.php>.
- [5] 2020. [Online]. Available: <https://www.investopedia.com/ask/answers/071415/what-difference-between-equity-market-and-fixed-income-market.asp>. [Acesso em 2020].
- [6] N. Chen e L. J. Hong, "Monte Carlo Simulation in Financial Engineering," *Proceedings of the 2007 Winter Simulation Conference*, pp. 919-931.