ELEMENTOS DE MATEMÁTICA FORENSE

Projeto Supervisionado MS777

Maurizio Marchetti, ra942780

Universidade Estadual de Campinas, SP

maurizius@terra.com.br

Laércio Vendite

Professor Dr. Orientador

Departamento de Matemática Aplicada
Universidade Estadual de Campinas, SP

vendite@ime.unicamp.br

Wanderson Luiz da Silva

Professor Co-Orientador

Departamento de Matemática Aplicada
Universidade Estadual de Campinas, SP

wanderson@ime.unicamp.br

Sumário

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

1.1 Introdução e Colocação do Problema

O trabalho visa selecionar dentre os conceitos matemáticos relacionados a matemática financeira aqueles que sejam adequados para a elaboração de perícias judiciais na tentativa de solucionar novos desafios que foram surgindo ao longo de diversas ações judiciais cuja solução necessariamente deveria passar pela matemática e sobretudo pela matemática aplicada.

Todos os envolvidos neste projeto, orientadores e orientando têm larga experiência profissional sobre perícias judiciais e disso concluiram pela necessidade de sistematização e adoção de novos princípios peculiares para solução de problemas surgidos por conta de lides judiciais.

Foi por força dessa vivência que os envolvidos pretendem mostrar que longe da ideia generalizada de que através da matemática é possível chegar a um mundo de certezas, em realidade, a matemática pode também se prestar a legitimar como "certeza" interesses ocultados e inconfessos.

Dai a necessidade da elaboração de uma teoria adequada para revelar uma matemática que esconde o que na realidade são conflitos de interesses, que está longe do simples domínio das tradicionais lições da matemática financeira, e mostrar tanto as limitações que são próprias da matemática, assim como também revelar que ainda que a matemática não possa nos levar a um mundo de certezas, pode, entretanto, servir como poderoso instrumento de decisão.

1.2 Tópicos a Serem Abordados

Vamos abordar tópicos comuns a matemática financeira como: fluxo de caixa, juros (simples e compostos), taxa de rentabilidade, métodos de atualização, inflação e depreciação. No entanto a ideia é de, conciliando a interpretação destes conceitos sobre a visão subjetiva de demandas legais, tenhamos um novo corpo de teoria composta por conceitos existentes em áreas que a princípio foram entendidas como distintas: direito e matemática financeira, e que neste texto se agrupam em um grupo de conceitos complementares, vinculando legislação e métodos matemáticos.

1.3 Objetivos

Até a presente data, a matemática utilizada para a elaboração de perícias judiciais não tem sido reconhecida como um ramo autônomo de estudos, pois o assunto tem sido considerado em caráter secundário em relação à matemática financeira.

Ocorre que a elaboração de cálculos em perícias judiciais tornaram-se particularmente complexos por envolverem, com frequência, acirradas polêmicas entre conceitos próprios da matemática financeira que não tem sido abordados e lidados, pelo menos doutrinariamente, com a seriedade e profundidade exigida na atualidade.

Evidentemente há uma substancial produção de conhecimento sobre a matéria que, porém, tem ficado a cargo dos peritos judiciais na realização de estudos de casos concretos, sem que esse poderoso conhecimento migre para as universidades que ainda lidam como se bastassem encará-los como exemplos de singelos conceitos de matemática financeira.

Essa transição da matemática financeira para a matemática forense não ocorrerá pela simples seleção de alguns tópicos próprios da matemática financeira, ainda que isso seja uma tarefa necessária, porém não suficiente.

Além da seleção dos elementos adequados, será também necessário o incremento e o desenvolvimento interno de cada um desses elementos e sua adequação pertinente aos novos desafios lançados por esse ramo do conhecimento que estamos denominando por *matemática forense*.

Capítulo 2

ELEMENTOS DE MATEMÁTICA FORENSE

2.1 Aspectos Jurídicos da Matemática Financeira

Dentre os aspectos jurídicos mais marcantes da matemática financeira encontramos o estudo dos juros.

Poder-se-ia dizer que os problemas da matemática financeira sempre envolvem o cálculo de juros, de modo direto ou indireto.

Por isso, é de fundamental importância o estudioso aprender e fixar os conhecimentos envolvendo juros simples e juros compostos e suas variações.

Outro assunto muito recorrente e de fundamental importância, sobretudo em países com um histórico de altas taxas de inflação, é o problema da atualização monetária.

O domínio sobre os conhecimentos que envolvem a atualização monetária tem relevância não apenas para dimensionar o poder de compra da moeda, mas também porque não é raro acontecer que a atualização monetária pode dissimular a prática de juros ocultos.

2.2 Fluxo de Caixa

Denominamos Fluxo de Caixa (de um indivíduo, de um investimento, de um negócio, etc.) a representação de entradas e saídas de valores ao longo do tempo. Essa representação ao longo do tempo pode ser feita através do diagrama representado a seguir.

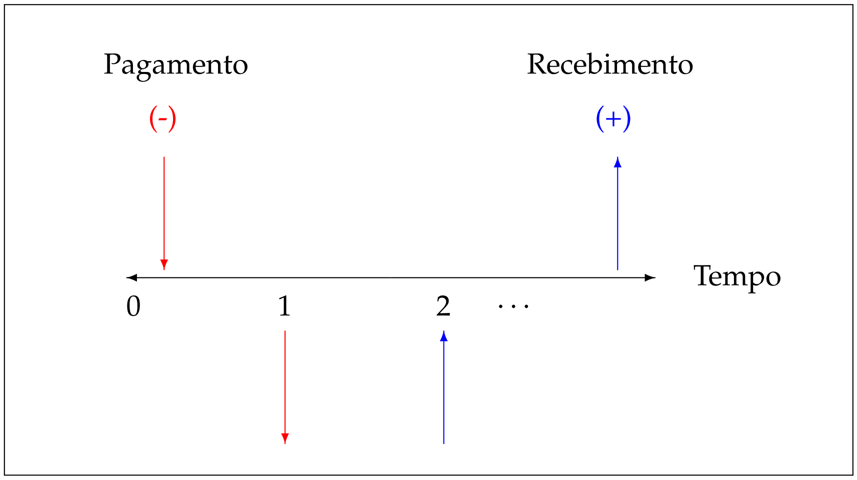


Figura 2.1: Fluxo de caixa

A escala horizontal representa o tempo, que pode ser expresso em dias, meses, anos ou qualquer outro ciclo de tempo. Os números $0, 1, 2, \ldots$ representam as datas necessárias para a resolução do problema. As entradas de valores terão o sinal $+$ com uma seta apontada para cima e as saídas, o sinal $-$ com uma seta apontada para baixo.

2.3 Regimes de Capitalização e suas Implicações Legais

2.3.1 Tipos de juros

Juros Simples

Nessa hipótese, os juros de cada período são calculados sempre em função do capital inicial empregado.
Assim temos:

$$J = P \cdot i \cdot n, \tag{2.1}$$
$$M = P \cdot (1 + i \cdot n), \tag{2.2}$$
$$M = P + J. \tag{2.3}$$

onde:

P	principal ou valor inicial
M	montante ou valor final
J	juros da aplicação obtidos durante a aplicação
n	número de períodos
i	taxa de juros efetiva em cada período de capitalização

Exemplo 2.1. *Seja um investimento de R\$ 100,00 a uma taxa de 10% ao mês, no regime de juros simples a ser resgatado após 3 meses. Nesse caso, o valor a ser retirado no final do 3º mês será de R\$ 130,00 e o fluxo de caixa será o seguinte:*

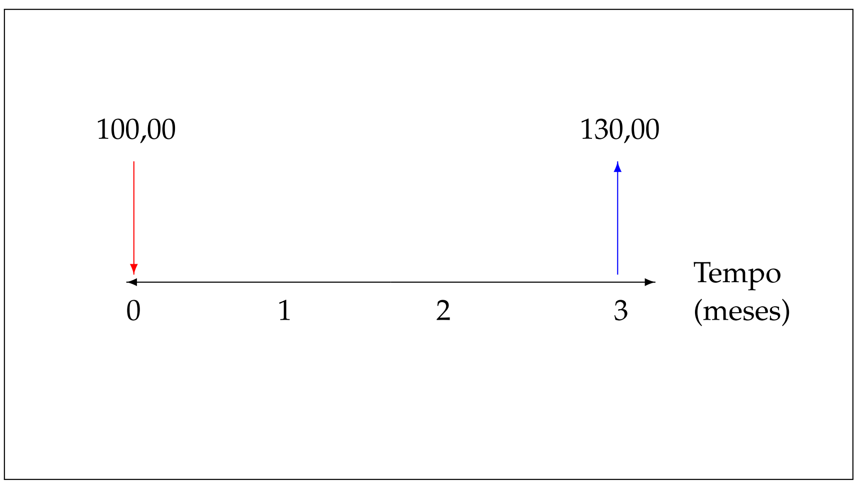


Figura 2.2: Fluxo de caixa

Exemplo 2.2. *Vejamos o montante acumulado em n meses a uma taxa de 20% a.m., no regime de juros simples, a partir de um capital inicial de R\$ 10.000,00.*

Período	**Juros**	**Montante**
0	0	10000
1	2000	12000
2	2000	14000
3	2000	16000
...	...	...
n	2000	$10000 + 2000 \cdot n$

2.3.2 Juros Compostos

Nesse regime o valor dos juros de cada período é obtido pela aplicação da taxa de juros sobre o saldo existente no início período correspondente. O Mercado Financeiro segue todo ele a lei de juros compostos. Assim todos os papéis de Renda Fixa, Sistema de Habitação, Crediário e outros seguem o regime de juros compostos. Portanto,

$$M = P(1+i)^n \qquad \text{e} \qquad P = \frac{M}{(1+i)^n}. \tag{2.4}$$

Exemplo 2.3. *Seja o montante acumulado em n meses a uma taxa de 20% a.m., no regime de juros compostos, a partir de um capital inicial de R$ 10.000,00.*

Período	**Juros**	**Montante**
0	0	10.000
1	2.000	12.000
2	2.400	14.400
3	2.880	17.280
...	...	...
n	j	10.000(1 +0,2)^n

Neste caso, $M = 10.000,00$, $i = 0,2$ a.m. e caso n fosse igual a 3 teríamos $M = 10000 \cdot (1+0,2)^3 = 17.280,00$.

Observação:

1. A unidade de medida de tempo n deve ser compatível com a unidade utilizada na taxa de juros.
2. A taxa de juros deve ser expressa em fração decimal e não em porcentagem.

Anatocismo é legal?

Juros compostos é sinônimo de anatocismo. Anatocismo significa juros sobre juros. Em outras palavras é a capitalização dos juros, que significa os juros vão sendo convertidos em capital durante o intervalo de tempo até a quitação. Dúvidas existem sobre sua legalidade e faz-se distinção entre capitalização de juros em período menor ou superior ao anual.

Em geral, o assunto também é disciplinado pelo Decreto nº 22.626/33, porém pelo seu art. 4º, que assim dispõe:

> *Art. 4º Decreto nº 22.626/33 ? É proibido contar juros dos juros; esta proibição não compreende a acumulação de juros vencidos aos saldos líquidos em conta corrente de ano a ano*

Assim, pelo referido art. 4º do Decreto nº 22.626/33 somente seria possível a capitalização anual dos juros e, ainda, sobre o saldo líquido em conta corrente de ano a ano.

Isso significava que não seria possível a capitalização de juros em período inferior a um ano.

Porém, mostra que o 'anatocismo' é previsto e permitido pela própria Lei de Usura, conforme verificamos na segunda parte do art. 4º do Decreto nº 22.262/33, desde que anual.

O artigo 4º do Decreto 22.626/33 proíbe a contagem de juros dos juros, mas ressalva que a proibição não compreende a acumulação de juros vencidos aos saldos líquidos em conta-corrente de ano a ano.

Assim, o que não estava permitido era o anatocismo com capitalização de juros inferior ao período anual. Por isso, não se permitia a capitalização diária, mensal ou semestral dos juros, pois apenas a capitalização anual de juros estava prevista em lei.

A questão foi levada ao Supremo Tribunal Federal que no ano de 1963 editou a Súmula nº 121 com o seguinte teor:

> *Súmula 121 STF ? É vedada a capitalização de juros, ainda que expressamente convencionada.*

Obviamente, o referido enunciado jurisprudencial está se referido apenas à capitalização inferior à anual.

Porém, desde a publicação da Medida Provisória nº 1963-17, de 31 de março de 2000, a capitalização mensal de juros passou a ser permitida de maneira expressa.

2.3.3 Taxas de juros

Taxa efetiva ou real:

É aquela em que a unidade de referência do seu tempo coincide com a unidade de tempo dos períodos de capitalização.

Exemplo 2.4. 3% *a.m. capitalizados mensalmente ou* 4% *a.d. capitalizados diariamente.*

Taxa Nominal:

É aquela em que não há coincidência entre unidade de referência do seu tempo coincide com a unidade de tempo dos períodos de capitalização. A taxa nominal em geral é fornecida em termos anuais e os períodos são mensais.

Exemplo 2.5. 12% *a.a. capitalizados mensalmente. Isso significa uma taxa efetiva de 1% a.m. ou* 24% *a.s. capitalizados mensalmente correspondem a uma taxa efetiva de 4% a.m.*

Taxas proporcionais

Duas ou mais taxas são proporcionais quando ao serem aplicadas sobre um mesmo Principal durante um mesmo prazo produzirem um mesmo montante M, no regime de juros simples.

Exemplo 2.6. 12% *a.a.* $\sim$ 6% *a.s.* $\sim$ 3% *a.t.* $\sim$ 1% *a.m. pois*

$$M = P(1 + i_a) = P(1 + 12 \cdot i_m) = P(1 + 4 \cdot i_t) = P(1 + 360 \cdot i_d).$$

Taxa equivalentes

Duas ou mais taxas são proporcionais quando ao serem aplicadas sobre um mesmo Principal durante um mesmo prazo produzirem um mesmo Montante M, no regime de Juros Compostos.

$$M = P(1 + i_a) = P(1 + i_m)^{12} = P(1 + i_t)^4 = P(1 + i_d)^{360}.$$

Por exemplo, uma taxa de 4% a.m. equivale a uma taxa de 12,68% a.a. pois, $1 + i_a = (1 + i_m)^{12}$. E se $i_m = 0,01$ então $i_a = (1,01)^{12} - 1 = 0,1268$. Reciprocamente uma taxa efetiva de 20% é equivalente a 1,53% a.m., pois

$$i_m = \sqrt[12]{1 + i_a} - 1 = \sqrt[12]{1 + 0,2} - 1 = 0,0153 = 1,53\%.$$

2.3.4 Taxa de desconto e taxa de rentabilidade

Taxa de Desconto

O conceito básico de taxa de desconto a juros simples é muito utilizado em determinadas operações bancárias, tais como desconto de notas promissórias e desconto de duplicatas.

Suponhamos inicialmente as seguintes definições: Sejam d a taxa de desconto em cada período, P o principal e M o montante e no prazo. Convém então lembrar que a taxa de rentabilidade i é aplicada sobre o principal P, durante n períodos, para gerar o Montante. Por outro lado, a taxa de desconto é aplicada sobre o montante M, durante n períodos, para produzir o principal P. Assim teremos:

$$P = \frac{M}{1 + i \cdot n} = M(1 - d \cdot n) \tag{2.5}$$

Para explicitarmos a taxa de rentabilidade i ou a taxa de desconto d, obteremos:

$$i = \frac{d}{1 - d \cdot n} \quad \text{ou} \quad = \frac{i}{1 + i \cdot n} \tag{2.6}$$

Como o valor principal P é menor que o montante M, dizemos que ele é obtido do desconto do montante M. O desconto utilizado com a taxa de desconto é conhecido como desconto comercial, ou por fora. O desconto realizado com o uso da taxa de rentabilidade i é conhecido como desconto racional, ou por dentro.

2.4 Métodos de Atualização

Assim como os produtos, também os salários são reajustados utilizando a mesma Matemática de juros compostos.

2.4.1 Reajuste em um único período

Sejam S o Salário ou o preço inicial, e r a taxa de reajuste no período então:

$$S_r = S(1 + r) \tag{2.7}$$

Onde S_r é o valor do salário ou preço reajustado. Para um único período o conceito é o de juros simples.

Exemplo 2.7. *A partir de 01/05/1992 o salário mínimo teve um reajuste de 139,49%. Assim,* $S = 96.037,33$ *(O salário mínimo anterior),* $r = 1,3949$ *(taxa de reajuste), então* $S_r = 96.037,33(1 + 1,3949) \Rightarrow S_r = 230.000,00$.

2.4.2 Reajuste com taxas diferentes em cada período

Suponhamos que um produto ou um salário tenha reajustes diferentes em cada período com taxas $r_1, r_2, \ldots, r_n$ respectivamente. Então $S_r = S(1 + r_1)(1 + r_2) \ldots (1 + r_n)$ se $r_1 = r_2 = \cdots = r_n = r$, logo

$$\boxed{S_r = S(1 + r)^n}$$

2.5 Taxa de Reajuste Acumulado

Seja r_{acum} a taxa de reajuste acumulado durante todos os períodos, então:

$$Sr = S(1 + r_{acum}).$$

Comparando-se com a fórmula anterior temos

$$r_{acum} = (1 + r_1) \cdot (1 + r_2) \cdots (1 + r_n) - 1.$$

Exemplo 2.8. *A gasolina teve os eu preço reajustado em 8% em Janeiro, 10% em Fevereiro e 5% em Março. Então, qual foi o reajuste acumulado nesses três meses?*

Nesse caso $r_1 = 0,08, r_2 = 0,1$ *e* $r_3 = 0,05$, *portanto*

$$\begin{aligned} r_{acum} &= (1+0,08)\cdot(1+0,1)\cdot(+0,05)-1, \\ r_{acum} &= 0,2474 = 24,74\%. \end{aligned}$$

2.6 Inflação

Taxa de um aumento médio no período que sofrem os preços de determinados produtos, escolhidos para formar a chamada "CESTA BÁSICA"e de alguns itens essenciais (Aluguel, transporte, vestuário, etc.).

Se a inflação foi de 20% em um determinado período, isto significa que os preços foram reajustados em média de 20% no período. Afirmamos que o CUSTO DE VIDA aumentou em 20%.

Diferenças entre os Índices. existem vários índices para medirmos o índice de inflação, entre eles, Índices de Preços no Atacado (IPA), Índices de Preços de Varejo (IPC, IPCA) e Índices Gerais de Preços (IGP-m). O que difere nos valores pesquisados são os seguintes dados:

- O período no qual os preços são pesquisados e a região;
- Os itens que constam da amostra;
- O peso de cada item de, definida por meio de uma Pesquisa de Orçamento familiar (POF) e que varia dependendo da época da pesquisa e das classes de renda consideradas;
- Faixa Salarial das pessoas pesquisadas.

A inflação acumulada i_{acum} pode ser expressa como:

$$i_{acum} = (1+i_1)(1+i_2)\cdots(1+i_n)-1$$

onde $i_1, i_2 \dots i_n$ são as taxas de inflação relativas a cada período.

Temos vários indicadores de preços: INPC-IBGE, IPC-FIPE, IGP-M da FGV, ICV do DIEESE etc.

Exemplo 2.9. *Vamos calcular a inflação acumulada no período de agosto de 2002 a junho de 2003, segundo o IPC da FIPE, sabendo que as taxas foram as seguintes:*

IPC - FIPE

Período	Taxa(%)
Agosto 2002	1,01
Setembro	0,76
Outubro	1,28
Novembro	2,65
Dezembro	1,83
Janeiro 2003	2,19
Fevereiro	1,61
Março	0,67
Abril	0,57
Maio	0,31
Junho	-0,16

Então

$$\begin{aligned} i_{acum} &= (1+i_1)(1+i_2)(1+i_3)(1+i_4)\cdots(1+i_{11})-1, \\ i_{acum} &= (1+0,0101)(1+0,0076)\cdots(1+(-0,0016))-1, \\ i_{acum} &= 0,1344 = 13,44\%, \end{aligned}$$

ou seja, segundo a Fipe o custo de vida aumentou em 13,44% durante esse período... enquanto o salário.

2.7 Perda ou Ganho Salarial

- Se os salários são reajustados com base no índice de inflação no período então PERDA = GANHO = ZERO.
- Se o índice de inflação é maior que o índice de reajuste então existe PERDA.
- Se o índice de inflação é menor que o índice de reajuste então existe GANHO.

Exemplo 2.10. *Qual é a perda salarial de um indivíduo que ganha R$ 1.000,00 e que teve o seu salário reajustado em 20%, enquanto que a inflação no mesmo período foi de 25%? Como* $i = 0,25 > r = 0,2$*, então existe PERDA.* $S_r = S(1+r) = 1.200$ *(Salário Reajustado)*
$S_i = S(1+i) = 1.250$ *(Salário reajustado com base na inflação)*
Então

$$\begin{aligned} S_r &= Si - PERDA \cdot S_i, \\ S_r &= S_i(1 - PERDA), logo, \\ PERDA &\Rightarrow 1 - \frac{S_r}{S_i}. \end{aligned}$$

nesse caso, $PERDA = 1 - 1200/1250 = 0,04$ *i.e, a perda foi de 4% do poder de compra. A diferença entre* S_i *e* S_r *que é de R$ 50,00 equivale a 4% de 1250,00. Afirmamos que 1200,00 equivale a 96% do salário ganho anteriormente que era de 1000,00, ou seja, 1200,00 equivale a 960,00 em 1000,00. Assim temos a proporção*

$$\frac{960}{1000} = \frac{1200}{1250} = 0,96$$

960,00 é denominado de SALÁRIO REAL, i.é, um salário de 1000,00 que sofre um reajuste de 20% com uma inflação de 25% vale depois de um mês 960,00. Assim:

$$\frac{S_{REAL}}{S} = \frac{S_r}{S_i} \Rightarrow \qquad S_{REAL} = \frac{(1+r)}{(1+i)}S$$

Observação: Se $r = 0$*(quando o salário não é reajustado) , então:*

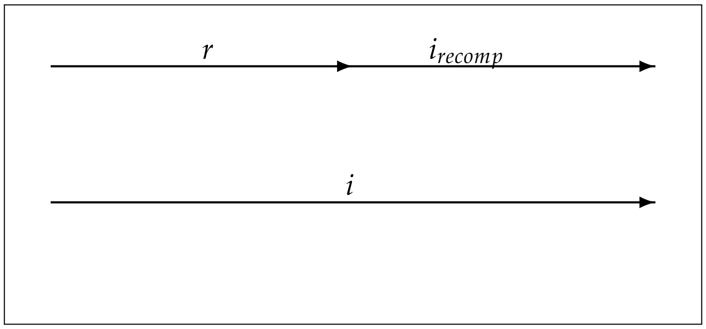
$$S_{REAL} = \frac{S}{(1+i)}$$

Esse quadro abaixo mostra a perda do poder aquisitivo do assalariado.

Data	*SM Nominal*	*Salário Real*	*Inflação (%)(DIEESE)*	*Perda(%)*
01/05/92	*230.000,00*	*230.000,00*	-	-
01/06/92	*230.000,00*	*187.895,00*	*22,35*	*18,26*
01/07/92	*230.000,00*	*154.048,00*	*22,03*	*33,02*
01/08/92	*230.000,00*	*124.664,00*	*23,57*	*45,79*

2.8 Taxa de Recomposição da Perda Salarial

É a taxa que deve ser incorporada ao salário para que o indivíduo recupere o poder de compra (perda zero).



$$S(1+r)(1+i_{recomp}) = S_i = S(1+r) \Rightarrow i = \frac{1+i}{1+r} - 1$$

No caso do indivíduo que teve um reajuste de 20% com uma inflação de 25%, ele deverá ter um reajuste de $i = \dfrac{1+0,25}{1+0,2} - 1$ ou seja 4,16%, pois 20% acumulado com 4,16% é igual a 25%.

2.9 Depreciação - Desvalorização

É o valor real de um bem desvalorizado pela inflação.

$$V_{REAL} = \frac{V}{(1+i)}$$

onde V = Valor inicial e i = taxa de inflação no período O valor real de uma cédula de R$ 100,00 desde que a mesma foi lançada no mercado é de R$ 29,49 onde a inflação no período foi de 239,08% (jul 94 a jul.08).

$$V_{REAL} = \frac{100}{(1+2,3908)} = 29,49$$

Comumente os conceitos de depreciação e desconto são confundidos, ou seja, um determinado bem que tenha um valor nominal de R$ 100,00, depois de 20% de inflação em um certo período, calcula-se o valor Real com sendo igual a R$ 80,00 ao invés de R$ 83,33.

Capítulo 3

CONCLUSÃO

No presente trabalho pretendemos mostrar a necessidade de um conhecimento específico que seja uma simbiose entre matemática e direito, pois há diversos problemas que gravitam em torno de cálculos envolvendo direitos e obrigações.

Até o momento ambos os ramos de conhecimento caminham de maneira isolada e sem integração, de maneira que se faz necessário o surgimento de uma nova disciplina, a qual estamos denominando por 'matemática forense', na qual o conhecimento de ambas as disciplinas são trabalhadas com especialidade suficiente para enfrentar tanto os questionamentos matemáticos como também jurídicos.

É por causa dessa simbiose que a 'matemática forense' se distinguiria da 'matemática financeira'. O presente trabalho traça algumas linhas de rota para aquilo que futuramente poderia ser convertido em uma teoria geral dessa nova disciplina.

Esses problemas surgidos mostram que apenas a matemática financeira é insuficiente para solucionar ou propor soluções satisfatórias. Da mesma maneira, apenas o direito também tem se mostrado insuficiente. Por isso, estamos propondo uma disciplina que conjugue ambas as habilidades.

Referências Bibliográficas

[1] Súmula do Supremo Tribunal Federal.

[2] DECRETO-LEI N.º 5.452, DE 1º DE MAIO DE 1943, Consolidação das Leis do Trabalho.

[3] VENDITE, Laércio. *Matemática Financeira*, Campinas, Unicamp: www.ime.unicamp.br/ vendite/matfin2010.pdf, 2010.

[4] DOS SANTOS, Reginaldo. *Introdução à Matemática Financeira*, Belo Horizonte, UFMG: www.mat.ufmg.br/ regi/topicos/matfin.pdf, 2009.

[5] IEZZI, Gelson. *Fundamentos de Matemática Elementar*, São Paulo: Atual, 2004 (volume dedicado à Matemática Financeira).