

# MS777 : Projeto Supervisionado I

Aluno: Bruno Luís Hönigmann Cereser RA:072864

Orientador: Prof. Dr. Laércio Luis Vendite

## 1 Objetivos do Trabalho

O objetivo desse trabalho é um estudo da lógica fuzzy para que se possa, mais a frente nesse trabalho de iniciação científica, investigar uma possível aplicação da lógica fuzzy ao mercado financeiro. Então nesse relatório foram tratados os seguintes itens:

1. Revisão Literária sobre a Teoria Fuzzy; [6] e [4]
  - Teoria dos Conjuntos Fuzzy
  - Conjuntos Fuzzy
  - Lógica Fuzzy
  - Variáveis lingüísticas
  - Relações Fuzzy
  - Regras Fuzzy
  - Sistema Baseado em Regras Fuzzy
  - Inferência
2. Estudo de alguns conceitos sobre o Mercado Financeiro: Taxas de Juros, Taxas de câmbio e mercado de ações; [1] e [3]
3. Estudo de alguns modelos Fuzzy aplicados ao Mercado Financeiro [2] e [5]

## 2 Introdução

A logica fuzzy (nebulosa) permite a associação entre dados lingüísticos e numéricos ao mesmo tempo e recentemente a lógica fuzzy tem estado presente em aplicações no mundo dos negócios, como por exemplo um sistema de pedidos de reembolso de seguros foi projetado pela General Cologne Re ( VON ALTROCK (2002) ), ajudando companhias de seguro identificar pedidos "legítimos" e pedidos "suspeitos" de fraude. Atualmente, mais de 20 das maiores companhias de seguro européias estão utilizando o sistema que tem demonstrado eficiência de 85%.

Na área de análise de risco, especialistas tem com sucesso automatizado sistemas de decisões através das regras fuzzy. A dominante alemã de cartão de crédito e débito em transações estrangeiras, GZS Corporation, usou a automatização de seu conhecimento em análise de risco com a lógica fuzzy ( VON ALTROCK (2002) ). Segundo a empresa, 9 entre 10 transações de risco são automaticamente identificadas corretamente e a transação bloqueada antes da autorização.

A utilização de informação lingüística é mais fácil que traduzir a realidade em variáveis numéricas. No mercado financeiro os analistas tentam traduzir os números em palavras. Para a decisão de investir, por exemplo, em ações da BOVESPA o gestor quer saber quando a bolsa está

em baixa, para fazer aquisições de ações mais baratas. A regra lógica então deve ser elaborada, levando em conta a experiência do gestor. Porém, é necessário compreender como são criadas as regras. Nesse ponto é que entra o sistema especialista, ou ainda, um especialista do setor para ajudar na criação de regras mais complexas. Esse especialista, diante dos fatos observados, teria uma excelente noção dos acontecimentos, mas não saberia traduzir em números as respostas para por que comprar ou por que tomar a decisão de vender. O especialista sabe quando, e sabe porque, mas talvez não consiga explicar matematicamente porque sabe, ou como sabe. Ele provavelmente dirá que é um instinto, é uma observação. Cabe então a quem estiver criando as regras fuzzy traduzir essa experiência do gestor em termos das funções de pertinências e suas intersecções.

### 3 Resumo do aprendizado dos itens citados

#### 3.1 Teoria Fuzzy

- **Teoria dos Conjuntos Fuzzy** : Na teoria dos conjuntos clássicos, dado um conjunto A, e dado um objeto, esse objeto só tem duas possibilidades com relação ao conjunto: está contido ou não está contido. Já em fuzzy temos a possibilidade desse objeto estar contido em parte no conjunto A.
- **Conjuntos Fuzzy** : Um conjunto fuzzy é um conjunto com a propriedade descrita acima, seus elementos possuem graus de pertinência que variam entre 0 e 1, onde 0 representa que o elemento esta totalmente fora do conjunto, e 1 representa que o elemento esta totalmente contido no conjunto. Por exemplo vamos definir a função de pertinência do conjunto das pessoas jovens como:

$$Jovens \begin{cases} 1, & \text{se } idade \leq 20 \\ \frac{30-idade}{10}, & \text{se } 20 \geq idade \geq 30 \\ 0, & \text{se } idade \geq 30 \end{cases}$$

Em um gráfico temos:

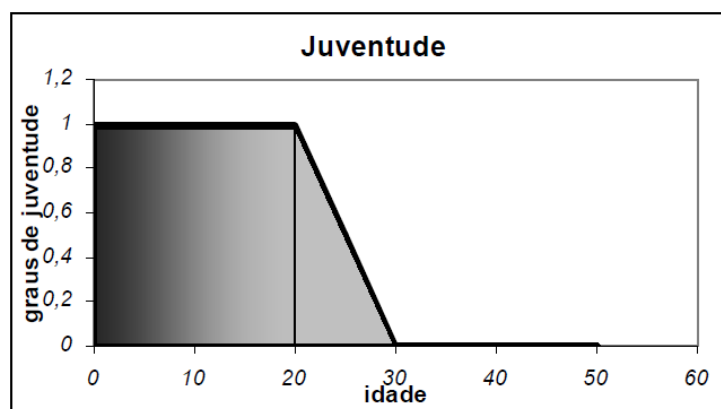


Figura 1: Função de Pertinência de Jovens

- **Lógica Fuzzy** : É uma lógica que admite valores intermediários entre verdadeiro (representado pelo 1) e falso (representado pelo 0).
- **Variáveis lingüísticas** : São variáveis que sempre aparecem com adjetivos. Por exemplo: Baixo, Médio ou Alto.
- **Relações Fuzzy** : Relações fuzzy representam o grau da associação entre elementos de dois ou mais conjuntos fuzzy.
- **Regras Fuzzy** : São regras como SE, ENTÃO, OU, SENÃO, E e uma combinação delas fornecem um resultado de saída que pode ser numérico ou lingüístico. Por exemplo a regra:  
Se a é alto e b é baixo então c é médio.
- **Sistema Baseado em Regras Fuzzy** : São um conjunto de regras fuzzy, chamado de base de regras.
- **Inferência** : Responsável pela interpretação das diversas funções de pertinência (ou regras fuzzy) da base de regras. Também conhecida como desfuzzyficação, e segue os seguintes passos para obter o resultado da inferência para um conjunto de fatos: fatos com premissas (antecedentes); grau de compatibilidade de cada regra; crença em cada regra: agregação. Existem 2 importantes métodos de agregação : método baseado no centro de massa e método baseado na média dos máximos das funções de pertinência.

### 3.2 Mercado Financeiro

- **Taxas de Juros** : Existem 2 tipos de juros: o simples e o composto. O juros simples é calculado apenas sobre o valor inicial, enquanto o juros composto é calculado sobre o Valor anterior, ou seja temos que:

$$\begin{aligned} J_{s_n}(i) &= V_0 \cdot i \cdot n \\ J_{c_n}(i) &= V_{n-1} \cdot i \end{aligned} \quad (1)$$

onde  $J_s$  é o juros simples,  $J_c$  é o juros compostos,  $V$  o Valor,  $i$  é a taxa de juros e  $n$  o período.

- **Taxa de câmbio** : É valor de uma unidade monetária em termos de outra unidade monetária, como por exemplo Dólar/Real (o valor do dólar cotado em reais).
- **Mercado de ações** : É o nome que é dado aos agentes negociadores de títulos de renda variável denominados ações, onde uma ação é um pequeno "pedaço" de uma empresa.

### 3.3 Modelos Fuzzy aplicados ao Mercado Financeiro

Essa parte da pesquisa teve seu foco no entendimento do artigo "Lógica Fuzzy para Tomada de Decisão em Negócios e Finanças"[2] que começa explicando um pouco sobre lógica fuzzy e tratando de vários exemplos.

Um dos exemplos que ilustra bem o trabalho, consiste em fazer a aquisição de um produto importado baseado no acabamento e preço. A tomada de decisão será baseada na combinação de situações lógicas possíveis entre comprar ou não comprar, de acordo com as avaliações sobre preço

e acabamento do produto. O preço do produto pode ser barato, meio caro e caro, enquanto o acabamento pode ser classificado em feio, meio feio e bonito. Através de uma combinação dessas características, a decisão com relação à compra (no caso, chamado de "Mercado") pode ser não comprar, comprar médio ou comprar alto. Dessa forma, são definidas as variáveis linguísticas para tomada de decisão. As funções de pertinência (ou seja dado um preço/acabamento entre 0 e 1 nesse caso, esse função dirá o quanto esse produto pertence a cada conjunto) desse exemplo foram todas baseadas na função triangular, como mostram as Figuras 2, 3 e 4:

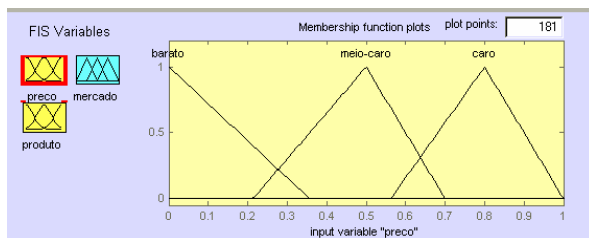


Figura 2: Preço

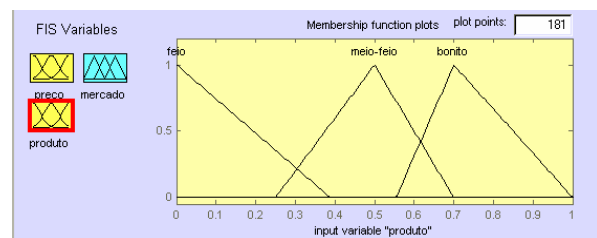


Figura 3: Acabamento

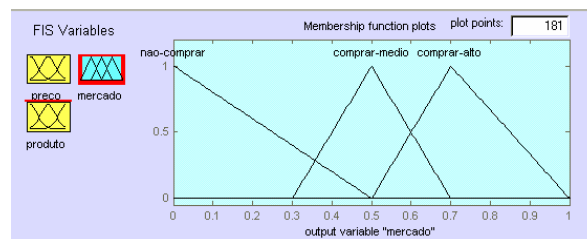


Figura 4: Mercado

onde as figuras 2 e 3 são das variáveis de entrada, e a figura 4 da variável de saída. Com as variáveis linguísticas em mãos o especialista constroi algumas regras fuzzy dessa forma:

- SE (preço caro) E (produto bonito) ENTÃO (mercado comprar-médio)
- SE (preço caro) E (produto meio-feio) ENTÃO (mercado não-comprar)
- SE (preço meio-carro) E (produto bonito) ENTÃO (mercado comprar-alto)
- SE (preço meio-carro) E (produto meio-feio) ENTÃO (mercado não-comprar)

A primeira entrada foi supor que o cliente achou o preço mais ou menos (valor = 0,5) e não gostou tanto assim do produto (valor = 0,5). Como resposta utilizando o método do centro de área tem-se o valor de mercado = 0,163. Com esse valor do mercado 0,163, volta-se novamente para a função de pertinência de mercado e procura-se o grau para a decisão.

A decisão neste caso é de NÃO COMPRAR o produto, pois a função de pertinência da variável linguística "não comprar" é maior que 0,5, enquanto os valores de "comprar médio" e "comprar alto" são nulos nesse ponto.

Vamos imaginar que o investidor achou o preço mais ou menos barato, mas está satisfeito com a qualidade. Por hipótese, vamos adotar as entradas para o preço=0,5 e produto = 0,7. Com essas entradas, tem-se como valor do defuzzificador 0,73. Com o método de defuzzificação

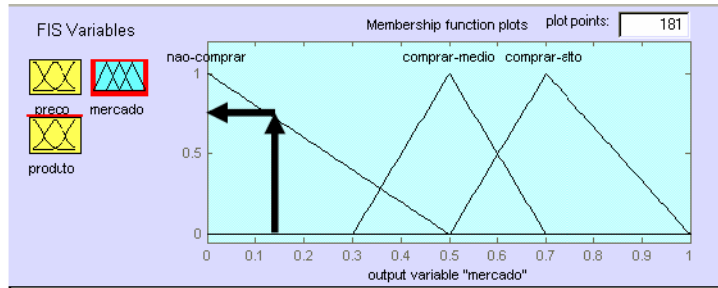


Figura 5: Valor de saída para tomada de decisão

do centro de área a decisão final se deslocou para frente, mais próximo a 1. Visualiza-se isso na última figura embaixo do quadro. Com esse valor de 0,733, volta-se aos gráficos de função de pertinência do mercado e verifica-se o resultado lingüístico, conforme figura a seguir.

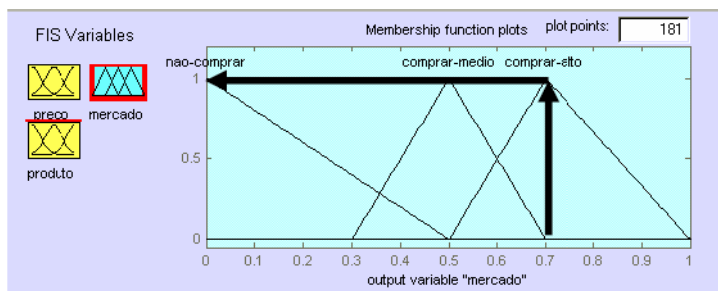


Figura 6: Valor de saída para tomada de decisão

Então, para o valor 0,733 a decisão será COMPRAR ALTO, ou seja, recomenda-se fortemente ao investidor a compra do produto.

### 3.4 Política Brasileira de Juros

O artigo [2] desenvolve a seguinte aplicação fuzzy no mercado financeiro como um exemplo real, uma possível forma de abordagem do problema de controle da inflação através da ação do banco central via taxa de juros.

Neste caso, pode-se adotar como entrada no sistema, diversas variáveis que são indicadores econômicos, tais como, inflação, taxa de câmbio, nível de desemprego, balança comercial, volumes de vendas interna, entre tantos outros. No entanto, através da estatística de três indicadores econômicos pode-se tomar a decisão para quais variáveis fuzzy seriam adequadamente abordadas no programa, nesse caso vamos supor que a taxa SELIC é a variável dependente de um modelo linear e as taxas de inflação (IPCA) e dólar perfazem as variáveis independentes no período de Fevereiro de 2000 até Abril de 2003. Abaixo seguem as séries históricas dessas variáveis:

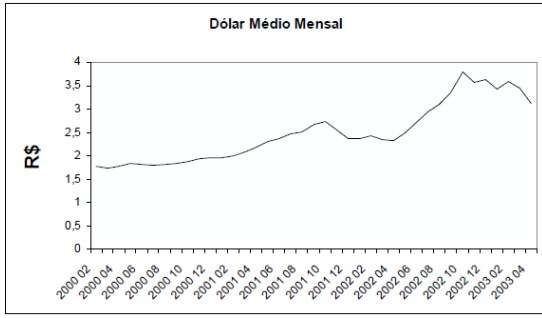


Figura 7: Dólar

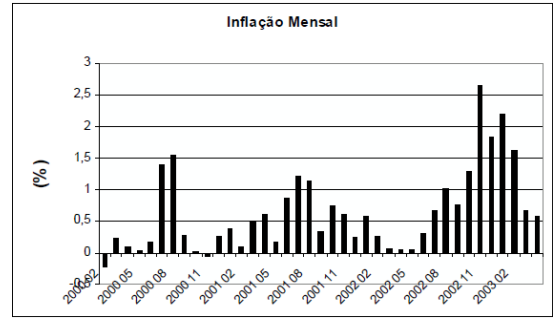


Figura 8: Inflação

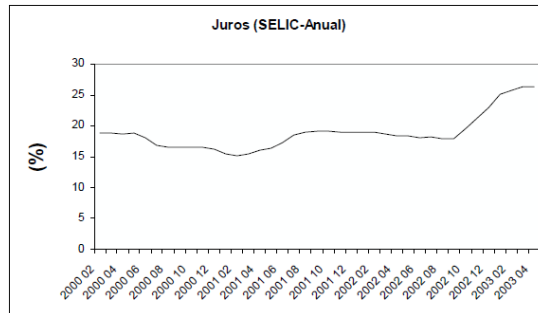


Figura 9: SELIC

Para o nosso caso fuzzy utilizaremos as seguintes funções de pertinências feitas com base na observação dos dados das séries histórica de cada variável:

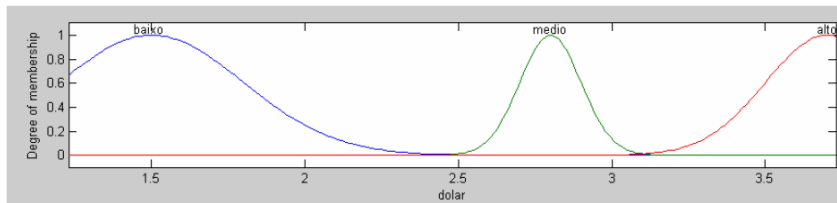


Figura 10: Função de pertinência para o dólar

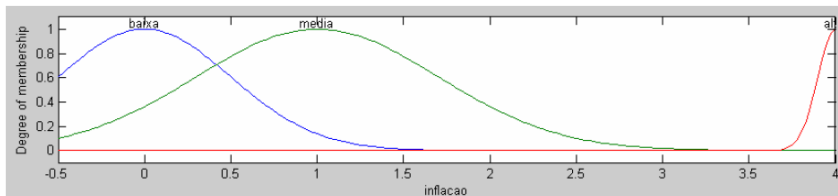


Figura 11: Função de pertinência para a inflação

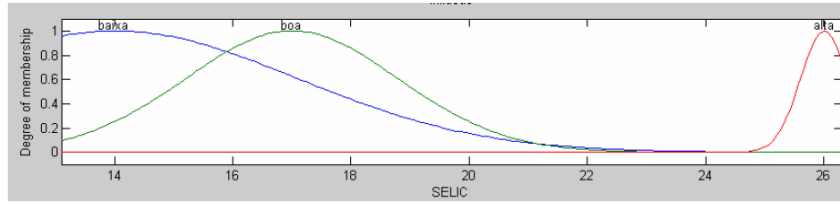


Figura 12: Função de pertinência para a SELIC

Qual seria o sentido de "dólar baixo"? O sentimento de baixo foi traduzido no segundo gráfico como um dólar médio de R\$1,50 e desvio padrão de R\$0,30. Um dólar médio nesse caso seria um dólar com valor médio de R\$2,80 e desvio padrão de R\$0,10. E assim, todos os outros padrões de pertinência foram sendo traduzidos em cima de ajustes nas funções de entrada para dólar e inflação e os resultados obtidos na saída.

No domínio (eixo x), todos os valores limites foram retirados da estatística apresentada. Para a saída (último gráfico), o domínio foi a banda de SELIC [13%, 26%] para as variáveis lingüísticas denominadas como: abaixar, manter e aumentar. As regras para tomada de decisão foram testadas e finalizadas como:

- SE (dolar = baixo) E (inflação = baixa) ENTÃO ( SELIC = abaixar).
- SE (dolar = baixo) E (inflação = média) ENTÃO ( SELIC = abaixar).
- SE (dolar = baixo) E (inflação = alta) ENTÃO ( SELIC = abaixar).
- SE (dolar = médio) E (inflação = baixa) ENTÃO ( SELIC = abaixar).
- SE (dolar = médio) E (inflação = média) ENTÃO ( SELIC = manter).
- SE (dolar = médio) E (inflação = alta) ENTÃO ( SELIC = manter).
- SE (dolar = alto) E (inflação = baixa) ENTÃO ( SELIC = manter).
- SE (dolar = alto) E (inflação = média) ENTÃO ( SELIC = aumentar).
- SE (dolar = alto) E (inflação = alta) ENTÃO ( SELIC = aumentar).

Então uma vez colocada regras fuzzy o "fuzzificador" fornecerá a saída que deverá ser interpretada quantitativamente e "defuzzificada" para uma resposta qualitativa. Vamos imaginar um cenário com as seguintes taxas: Inflação = 0,7% Câmbio = R\$ 2,85 Qual a decisão a ser tomada?

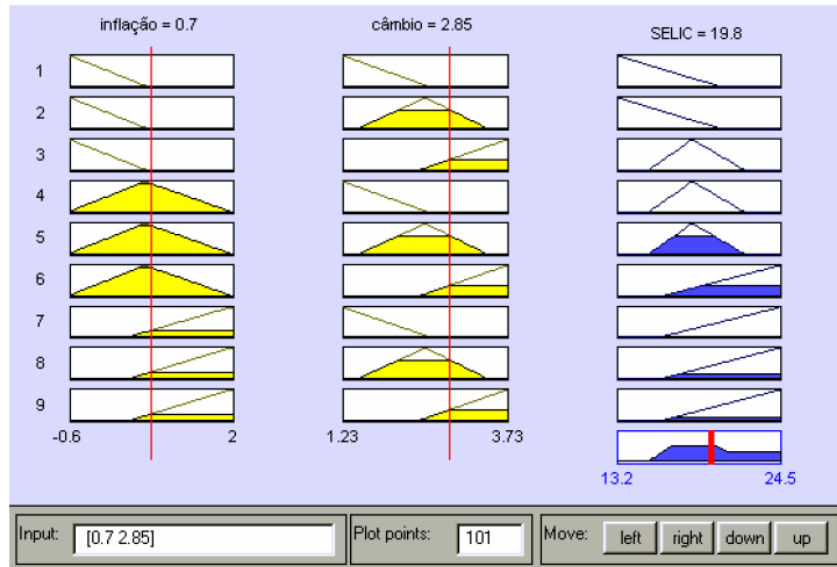


Figura 13: Saída para a SELIC

Percebe-se na figura que a regra do centro de área forneceu como valor fuzzy 19,8 para SELIC.

## Referências

- [1] A. ASSAF NETO. *“Mercado Financeiro”*. Ed. Atlas, São Paulo, (2001).
- [2] M.A.L. CAETANO. *Lógica fuzzy para tomada de decisão em negócios e finanças*. Revista de Economia e Administração., V.5. n. 1. 12-39p. jan./mar. 2006.
- [3] J.C. LAPONNI. *Matemática Financeira*. E. Lapponi, (2004).
- [4] E.H. MAMDANI. *Application of Fuzzy Algorithms for Control of Simple Dynamic Plant*. Proc. IEE. v. 121.no. 12. 1974,pp 1585-1588.
- [5] J. M. MENDEL. *Fuzzy Logic systems for engineering: A Tutorial*. Proc. IEEE. v. 83, n. 3. 1995. pp 345-377.
- [6] W; GOMIDE PEDRYCZ. *F. An Introduction to Fuzzy Sets: Analysis and Design. 1. ed. Cambridge*. Massachusetts, Lond: MIT Press/ ISBN 0-262-16171-0 Hard Cover, 1998. v. 01. 465 p.