Análise de Investimentos

Disciplina: Projeto Supervisionado MS777

Aluno: Clésio Henrique da Silva
RA:059815
Orientador Prof. Dr. Laércio Luis Vendite

Campinas, 18 novembro de 2009

Sumário

Parte 1

Resumo:

Neste projeto faremos introdução ao estudo da análise de investimentos, onde abordaremos casos onde os investimentos são exclusivos ou independentes, e situações mais complexas que necessitam o auxílio de programação matemática e programação linear.

Palavras-chaves: Análise de Investimentos, Matemática Financeira, Programação Matemática, Programação linear Aplicada a Investimentos.

Introdução:

Quando falamos de operações de Investimento ou Financiamento financeiro temos várias situações que temos que levar em conta para uma melhor escolha e alternativas. Como taxa de atratividade (TMA), ponto de equilíbrio (PE), taxa de rentabilidade,e desejamos saber a taxa real de juros da operação, para poder tomar uma decisão.

Existem dois importantes objetos ferramentas matemáticas que são utilizadas na análise da operação financeira de Investimento ou Financiamento: Valor Presente Líquido e Taxa Interna de Retorno (TIR).

Neste trabalho procurei fazer uma analise destas ferramentas, com ferramentas simples temos resultados satisfatórios. Mas temos outras ferramentas que aqui foram expostas, estas estão acima do nível deste texto.

Objetivos:

O objetivo deste relatório usar as técnicas e ferramentas financeiras para estudos de análise de investimentos. Neste relatório apresenta inicialmente os conceitos necessários para que possamos estudar os diferentes tipos de investimentos, com exemplos ilustrativos, como auxílio de ferramentas de matemática financeira e também programação linear.

1 Teoria:

1 .1 Elementos de matemática financeira

Como nosso intuito é fazer avaliações econômicas ou avaliações financeiras de empreendimentos, seja para a análise ou indicadores históricos de investimentos, é comum se lidar com valores financeiros relacionados a períodos diferentes.

Para que esses valores, que ocorrem em tempos diferentes, possam ser corretamente comparados, é necessário aplicar adequadas técnicas de Matemática Financeira.

1.2 Conceitos referentes a juros:

Embora bastante utilizado no dia a dia, nem sempre o conceito de Juro é corretamente considerado nas aplicações ou estudos. Há certas particularidades que devem ser conhecidas para que os princípios de Matemática Financeira possam ser adequadamente validados.

Definição:

"Juros são a remuneração do capital empregado em atividades produtivas". A um capital (Principal) empregado durante um certo tempo (Período de Capitalização), é acrescido (Capitalizado) o valor correspondente aos Juros, formando o Montante. Os Juros estão sempre associados a um período de referência como dia, mês , bimestre, semestre,ano. Temos o juros simples e composto.

1.2.1Juros simples

Quando somente o principal rende juros, após cada período de capitalização, ao longo da vida do investimento.

1.2.2Juros compostos

Quando, após cada período de capitalização, valor principal tem incorporação dos juros, passando passando assim o montante a render juros.

No caso dos juros simples, tem-se o caso de uma progressão aritmética, e
no caso dos juros compostos, trata-se do caso de uma progressão geométrica.
Representando por P o principal, por N o número de períodos de
capitalização, por i os juros e por S o montante ao final do período de capitalização,
tem-se:

No caso de juros simples: $S = P\ (1+ n.i)$

No caso de juros compostos: $S = P\ (1 + i)^n$

Portanto, para fins de estudos, trataremos sempre de juros compostos,
exceto quando for indicado serão juros simples.

1.3.1 Taxa efetiva e taxa nominal:

Quando o período a que o juro está referido coincide com o período de
capitalização, tem-se o caso de uma Taxa Efetiva de Juros.
Sendo, por exemplo, dados os seguintes parâmetros:

- valor do principal = $ 200,00
- taxa de juros = 8 % a.a.
- período de capitalização = 1 ano.

Nesse caso, ao final do período de 1 ano, o valor do montante será dado por:

S =200 (1 + 0,08)1 =200 . 1,08 = $ 216,00

O valor dos juros nesse período é dado por:

J = 216,00 - 200,00 = $16,00.

Observe-se que, ao longo de período, os juros realizados foram de $ 162,00 sobre os $200,00 aplicados, correspondendo a uma taxa efetiva de i_{ef} =8 % a.a..

Quando, no entanto, o período a que se refere o juro não coincide com o período de capitalização, tem-se o caso de uma Taxa Nominal de Juros.

Tomem-se agora, por exemplo, os seguintes dados:

- valor do principal = $ 200,00
- taxa de juros = 8 % a.a.

–período de capitalização = 3 meses (período de capitalização trimestre).

No presente caso, ao final do período de 1 ano, o valor do montante será diferente do anterior, e dado por:

J = 8 /4 = 2 % a.t., capitalizados semestralmente;

portanto, ao final de 4 trimestres,

S = 200 (1+ 0,02)¤= 200 . 1,0824 = $ 216,48

O valor dos juros nesse período foi de:

J = 216,48 - 200,00 = $ 16,48.

Observe-se que, neste último caso, uma taxa de juros nominal de 8,00 % a.a. foi equivalente a uma taxa efetiva de juros de i_{ef} =8,24 % a.a..

1.3.2 Taxa de Mínima Atratividade (TMA)

Taxa a partir do qual o investidor considera que está obtendo ganhos financeiros. É uma taxa a qual se associa a um baixo risco que deve render, no mínimo, a taxa de juros equivale a rentabilidade das aplicações no momento. Logo o novo investimento deverá apenas ser considerado quando a taxa de retorno for maior que a TMA .

Conforme Souza e Clemente (2004) a Taxa de Mínima Atratividade é a melhor taxa , com baixo grau de risco, disponível para a aplicação do capital em análise.

Segundo Casarotto Filho & Kopittke (2000), a TMA auxilia a análise de um projeto de investimento, considerando a possibilidade de perda da oportunidade de auferir retornos pela aplicação do mesmo capital em outros projetos.

Um parâmetro para estabelecer uma estimativa da TMA é a taxa de juros praticada no mercado. As taxas de juros envolvidas na TMA são: Poupança,; Taxa Básica Financeira (TBF); Taxa Referencial (TR); Taxa de Juros de longo prazo (TJLP) e Taxa do Sistema Especial de Liquidação e Custódia (SELIC).

1.3.3 A Relação Beneficio/Custo

Por definição, a Relação Benefício/Custo (ou relação B/C) consiste no quociente entre o valor dos benefícios resultantes de um empreendimento e o valor dos respectivos custos.

É um índice ou indicador adimensional, cujo valor é interpretado da seguinte forma:

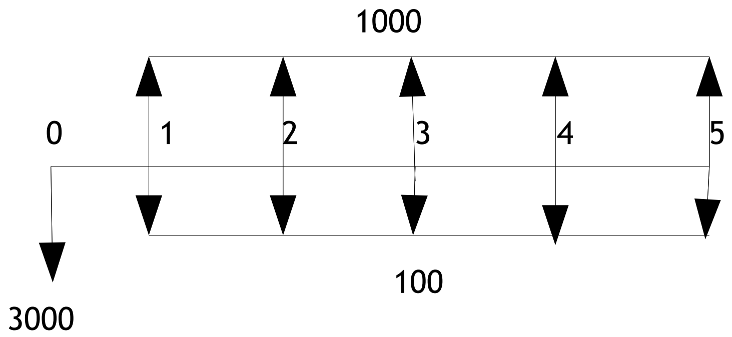
B/C < 1 : inviável (benefícios menores que os custos);

B/C = 1 : indiferente (benefícios iguais aos custos);
B/C > 1 : viável (benefícios maiores que os custos).

É claro que o valor dos benefícios (B) a ser considerado deve ser o valor equivalente de todos os benefícios que figuram no fluxo de caixa, referido a uma certa data (data ou período de referência), em geral a data 0 (zero), ao qual deve ser também referido o valor dos custos (C), que deve ser, por sua vez, equivalente à diversas parcelas de custos que figuram no fluxo de caixa.

Exemplo

Considere um investimento feito no ano 0 de R$ 3000 aplicado a uma taxa de 12% a.a. Temos custo de Manutenção de R$ 100. O tempo de resgate será de 5 anos sendo resgatado R$ 1000 por ano.



$$C = c_0 + \frac{c_1}{1+i} + \frac{c_2}{(1+i)^2} + \frac{c_3}{(1+i)^3} + \dots + \frac{c_n}{(1+i)^n}$$

$$B = b_0 + \frac{b_1}{1+i} + \frac{b_2}{(1+i)^2} + \frac{b_3}{(1+i)^3} + \dots + \frac{b_n}{(1+i)^n}$$

B= 3604,80
C= 3360,50
B/C= 3360,50/3360,50 = 1,07 temos que investimentos é viável.
B – C =3604,80 – 3360,50 = R$ 244,30

1.3.4 Taxa interna de retorno (TIR)

É a taxa de juros com a qual o valor presente de um fluxo de caixa futuro analisado se iguala ao valor presente do investimento. A taxa de retorno permite descobrir e comparar o rendimento de uma aplicação com uma outra taxa para se saber se é ou não vantajoso.

É uma medida da relação entre o montante obtido de investimento e a quantia investida;

Em termos mais simples, o processo consistiria em se determinar a taxa de juros para a qual o Valor Atual se anula ou para a qual a Relação B/C se torna unitária ($B_0 - C_0 = 0$ ou $B_0/C_0 = 1$).

Como o cálculo dos valores atuais de benefícios e de custos, em função da taxa de juros i, envolve polinômios em i de ordem n, há em tese n raízes3, ou seja, n valores de taxa de juros i que satisfazem a condição $B_0 - C_0 = 0$ ou $B_0/C_0 = 1$.

Na prática, toma-se a primeira raiz positiva, ou seja, a mais próxima de zero, como valor representativo da taxa interna de retorno, sendo o resultado interpretado comparativamente com o custo de oportunidade de capital da seguinte forma:

• TIR < COC : inviável (o investimento alternativo tem melhor rentabilidade);

• TIR = COC : indiferente (o investimento alternativo tem a mesma rentabilidade);

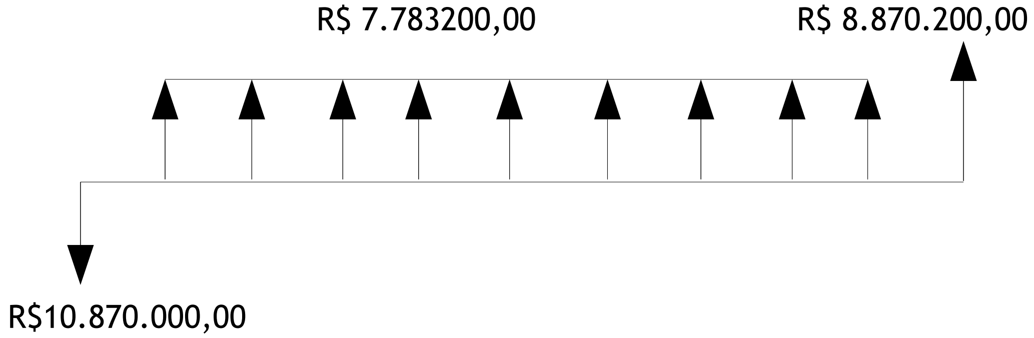
•TRI > COC : viável (o empreendimento tem rentabilidade superior á do melhor investimento alternativo).

Para encontrar o valor da Taxa Interna de Retorno, calcular a taxa que satisfaz a seguinte equação:

$$VPL = 0 = \text{Investimento Inicial} + \sum_{t=1}^{N} \frac{F_t}{(1+TIR)^t}$$

Exemplo

Cálculo da TIR



10.870.000,00=7.783.200,00*(P/A;i;g)+8.870.000,00*(P/F;i;10)

i=TIR=71,31%a.a.

Exemplo

Cálculo TMA

Considerando os seguintes de investimento independentes , com graus de risco semelhantes, disputando um orçamento de R$5.000,00.

Projeto	**TIR**	**I_0 R$**
A	15,00%	400.000
B	18,00%	1.000.000
C	14,00%	800.000
D	20,00%	2.500.000
E	17,00%	600.000
F	14,50%	500.000
G	13,00%	200.000
H	21,00%	700.000
I	16,00%	900.000

A TMA é obtida reordenado os investimentos a partir da TIR em ordem decrescente

,somamos os investimentos na ordem o primeiro que ultrapassar o orçamento.

Projeto	TIR	I_0 R$
H	21,00%	700.000
D	20,00%	3.200.000
B	18,00%	4200000
E	17,00%	4.800.000
I	16,00%	5.700.000
A	15,00%	6.100.000
F	14,50%	6.600.000
C	14,00%	7.400.000
G	13,00%	200.000

TMA da empresa vale 16%.

1.3.5 Investimentos excludentes e investimentos independentes

Os investimentos excludentes são aqueles temos apenas uma alternativa. Por exemplo, pode-se ter uma empresa que depara com 10 marcas de mesas que atende seu projeto básico, mas que apenas uma é necessária ao processo.

Os investimentos Independente podem ocorrer simultaneamente. Como exemplo, o investimento em uma impressora para melhorar o setor de informática , pode ocorrer também a compra de uma mesa para o setor administrativo.

Exemplo
De investimento excludentes:

	I	II	III	IV	V	VI
Investimento Inicial	100.000	130.000	152.000	184.000	220.000	260.000
Resultado anual	8.200	16.300	21.900	25.900	29.200	31.200
Valor residual	100.000	130.000	152.000	184.000	220.000	260.000
Vida útil	10	10	10	10	10	10

TMA= 12%a.a.

Vamos achar o valor presente

	I	II	III	IV	V	VI
VP	-21.470	3.955	20.674	21.582	15.820	0

O investimento mais rentável será o Investimento IV

Agora vamos calcular pela TIR

	I	II	III	IV	V	VI
TIR(%)	8,2%	12,5%	14,4%	14,1%	13,1%	12,0%

Como temos os investimentos I e IV tem taxas menores ou iguais 12% eles pode ser desprezados.

	III-II	IV-III	V-IV	IV-IV
Investimento Incremental	-22.000	-32.000	-36.000	76.000
Aumento de resultado	5.600	4.000	3.300	5.600
Valor residual	22.000	32.000	36.000	76.000
TIR	25,4%	12,5%	9,2%	7,4%
Vencedoras	III	IV	IV	IV

Portanto a alternativa IV que deve ser escolhida, pelos mesmos termos quantitativos.

1.3.6 XTIR -Taxa interna de Retorno

Está função faz o cálculo a Taxa Interna de Retorno de uma sequência de fluxos de capitais representadas pelos números em valores.

De uma maneira mais simples de entender, a t*axa interna de retorno* é justamente a taxa de retorno percentual de um investimento com base no montante de capital investido inicialmente (representada em valores negativos) e nas posteriores receitas geradas (representada em valores positivos).

Ao contrário da função TIR , que também realiza o cálculo de *Taxa interna de retorno* em intervalos periódicos (mensal ou anual, por exemplo), a função **XTIR** possibilita efetuar este cálculo com base em fluxos de capitais não regulares.

Onde v*alores* é o conjunto de fluxos de capital correspondentes a um programa de pagamentos em datas. No caso do primeiro valor, este é opcional e está relacionado a um custo ou pagamento que é feito no início do investimento. Neste caso, o valor inicial deverá ser negativo e as receitas geradas posteriormente serão representadas por valores positivos. As séries de valores devem conter pelo menos um valor positivo e um valor negativo.

Datas é o intervalo de datas correspondentes aos pagamentos de fluxo monetário. A primeira data marca o início do programa de pagamentos e todas datas subsequentes deverão ser posteriores a esta data e podem estar em qualquer ordem.
Estimativa é um parâmetro opcional. O Excel utiliza um método iterativo para o cálculo da TIR: este método depende de um valor inicial arbitrário. Forneça este parâmetro para que o Excel o utilize como chute inicial.

Suponha que você tenha adquirido um imóvel e o tivesse transformado em um restaurante. O investimento na aquisição e reformas do imóvel foi sido de R$ 800 mil. Em cinco datas diferentes, não periódicas, posteriores a data de lançamento do restaurante você fez a contabilização das receitas.

Exemplo

	A	B	C	D
1	Tabelas			
2	Parcelas	Datas	Valores	
3	1	05/01/09	-R$ 100.000,00	
4	2	04/02/09	R$ 32.500,00	
5	3	06/03/09	R$ 27.000,00	
6	4	05/04/09	R$ 30.450,00	
7	5	05/05/09	R$ 20.050,00	
8	XTIR	64,78%		
9				
10				

Pelo BrOffice.org temos a função XTIR que recebe as datas e os valores das parcelas

=XTIR(C03:C07;B03:B07)

1.3.7 VPL - Valor presente líquido

O VPL é uma técnica sofisticada de análise de orçamentos de capital, obtida

subtraindo-se o investimento inicial de um projeto do valor presente das entradas de caixa descontada a uma taxa igual ao custo de capital da empresa.

Por considerar explicitamente o valor do dinheiro no tempo, o valor presente líquido é considerado uma técnica sofisticada de análise de orçamentos de capital. Esse tipo de técnica, de uma forma ou de outra, desconta os fluxos de caixa da empresa a uma taxa especificada. Essa taxa, frequentemente chamada de taxa de desconto, custo de oportunidade ou custo de capital, refere-se ao retorno mínimo que deve ser obtido por um projeto, de forma a manter inalterado o valor de mercado da empresa.

O valor presente líquido (VPL) é obtido subtraindo-se o investimento inicial do valor presente das entradas de caixa, descontadas a uma taxa igual ao custo de capital da empresa.

VPL = valor presente das entradas de caixa – investimento inicial.

Utilizando-se o VPL, tanto as entradas como as saídas de caixa são traduzidas para valores monetários atuais. Já que estamos tratando de investimentos convencionais, o investimento inicial está automaticamente expresso em termos monetários atuais. Se não for esse o caso, o VPL de um projeto deverá ser obtido subtraindo-se o valor presente das saídas do valor presente das entradas de caixa.

1.4 CRITÉRIO DE DECISÃO:

Quando o VPL é usado para tomar decisões do tipo "aceitar-rejeitar", adota-se o seguinte critério. Se o VPL for maior que zero, se aceita o projeto; se o VPL for menor que zero, rejeita-se o projeto. Se o VPL for maior que zero a empresa obterá um retorno maior do que seu custo de capital. Com isto, estaria aumentando o valor de mercado da empresa, e, consequentemente, a riqueza dos seus proprietários.

$$\text{VPL} = \sum_{t=1}^{n} \frac{FC_t}{(1+i)^t}$$

FC é o fluxo de caixa naquele período.

Vantagens

Facilidade de calculo, mas apenas uma vez conhecida conhecida uma taxa de atualização apropriada.

Conceptualmente mais perfeito e complexo que o Período de Recuperação uma vez que considera a totalidade dos fluxos assim como o custo de oportunidade do capital utilizado.

Desvantagens

É normalmente problemática a determinação segura da taxa de atualização mais apropriada, sendo este um inconveniente tanto mais importante uma vez que o VAL é muito sensível à taxa utilizada.

O pressuposto da constância no tempo da taxa de atualização pode não ser realista, pois o custo do capital da empresa varia no tempo, assim como as taxas para as aplicações alternativas variam no tempo com as condições dos mercados financeiros.

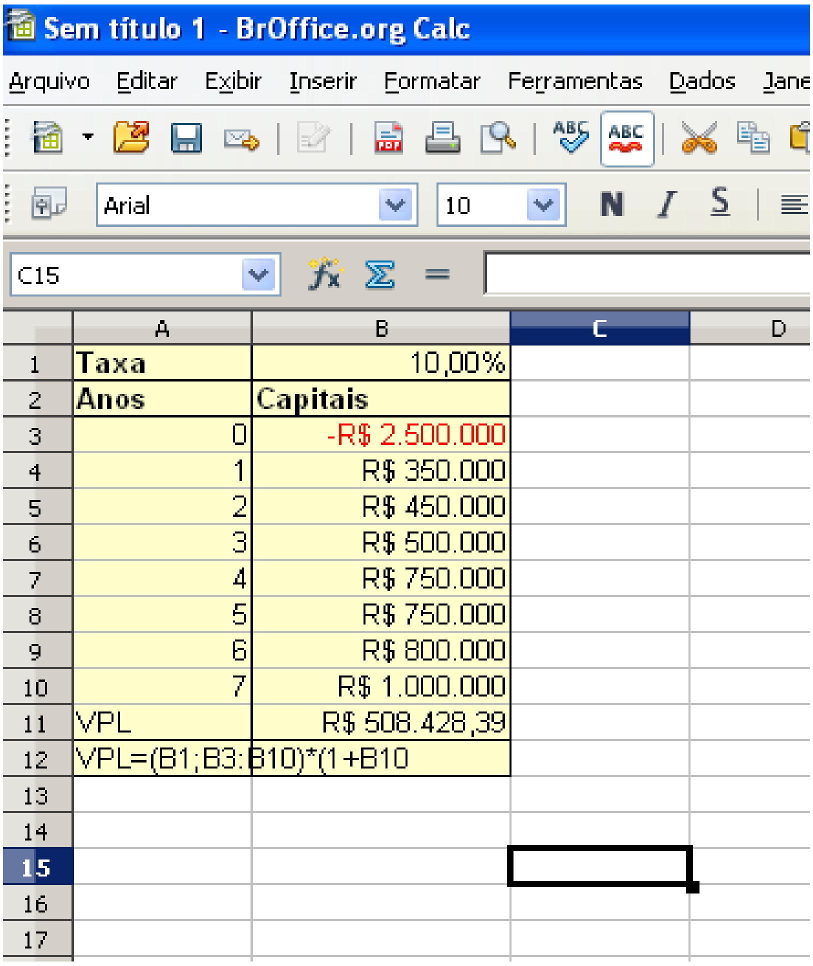
O pressuposto de que os fluxos intermédios serão reinvestidos ou financiados à mesma taxa pode não ser realista pois depende das condições futuras do mercado de capitais assim como das alternativas de investimento que poderão surgir no futuro.

O método do VAL fornece valores absolutos, o que se traduz em consequências imediatas:

É impossível estabelecer um valor normativo diferente de zero para o VAL abaixo do qual os projetos não deverão ser aprovados.

Perante projetos alternativos com montantes iniciais diferentes, este método não fornece diretamente uma classificação racional podendo mesmo induzir em erro.

O método não é conclusivo quando é aplicado a projetos alternativos com vidas econômicas substancialmente diferentes.



	A	B	C	D
1	Taxa	10,00%		
2	Anos	Capitais		
3	0	-R$ 2.500.000		
4	1	R$ 350.000		
5	2	R$ 450.000		
6	3	R$ 500.000		
7	4	R$ 750.000		
8	5	R$ 750.000		
9	6	R$ 800.000		
10	7	R$ 1.000.000		
11	VPL	R$ 508.428,39		
12	VPL=(B1;B3:B10)*(1+B10			
13				
14				
15				
16				
17				

Exemplo:

1.5 Programação Matemática

Quando o número de alternativas é grande e o investidor pretende elaborar um plano plurianual de investimentos, pode ser interessante o uso de programações matemáticas, dentre as quais sobressaem a Programação Linear e a Programação Inteira, cujos modelos utilizados são os mesmos, a única diferença é a utilização de soluções inteiras na última.

Exemplo:

Um investidor tem R$ 650.000,00 para investir na melhor combinação dentre as 11 opções de investimento oferecidas. Sendo que existem 6 investimentos exclusivos, ou seja, apenas um pode ser escolhido. Os investimentos iniciais e os valores presentes para cada um são estimados logo abaixo. Considere a **TMA** igual a 10%. Maximize o VP deste investidor.

investimentos	Invest. Inicial (R$ 1.000,00)	VP (R$ 1.000,00)
1	150	500
2	160	515
3	170	555
4	210	530
5	180	565
6	240	595
7	200	500
8	150	400
9	70	30
10	250	350
11	150	300

Solução:

Variável de Decisão: x_j = quantidade de vezes aplicado no investimento j sendo $j \in [1;11]$

Função Objetiva:

Max z = $500x_1 + 515x_2 + 550x_3 + 530x_4 + 565x_5 + 595x_6 + 500x_7 + 400x_8 + 30x_9 + 350x_{10} + 300x_{11}$

s.a.

Restrições:

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 \leq 1$

$150x_1 + 160x_2 + 170x_3 + 210x_4 + 180x_5 + 240x_6 + 200x_7 + 150x_8 + 70x_9 + 250x_{10} + 150x_{11} \leq 650$

$0 \leq x_j \leq 1$ e $j \in [1;11]$

A função maximiza o valor presente do portfólio enquanto a primeira restrição faz com que no máximo um dos 6 investimentos mutuamente exclusivos seja aceito. A segunda restrição limita a aplicação de recursos do portfólio escolhido a no máximo R$ 650.000,00. A terceira restrição tem o propósito de fazer com que nenhum investimento seja utilizado mais do que uma vez.

Através da Programação Linear, cuja solução é aproximada, resolvemos o problema utilizando o algoritmo Simplex, obtemos com solução:

$x_1 = 0$	$x_7 = 1$
$x_2 = 0$	$x_8 = 1$
$x_3 = 1$	$x_9 = 0$
$x_4 = 0$	$x_{10} = 0$
$x_5 = 0$	$x_{11} = 0,86667$
$x_6 = 0$	
$z = 1.710$	

Isto nos indica que devemos realizar os investimentos 3, 7, 8 e 11, aproximando x_{11} = 0,86667 para x_{11} = 1. Somando os investimentos iniciais referentes aos investimentos analisados descobrimos que ao invés de R$ 650.000,00 o investimento inicial deve ser igual a R$ 670.000,00, e da mesma maneira podemos calcular VP_1 = R$ 1.755.000,00.

Com certeza o investidor iria correr este risco de investir R$ 20.000,00 a mais, pois podemos observar a partir de (VP_1 – z) que renderia no mínimo R$ 45.000,00.

Através da Programação Inteira encontramos uma solução inferior a anterior, pois a restrição de aplicar somente R$ 650.000,00 será respeitada.

	Tomar: $x_{11} = 1$	Tomar: $x_{11} = 0$
Solução Original	Solução 1	Solução2
$x_1 = 0$	$x_1 = 1$	$x_1 = 0$
$x_2= 0$	$x_2 = 0$	$x_2= 0$
$x_3 = 1$	$x_3 = 0$	$x_3 = 0$
$x_4 = 0$	$x_4 = 0$	$x_4 = 0$
$x_5 = 0$	$x_5 = 0$	$x_5 = 1$
$x_6 = 0$	$x_6 = 0$	$x_6 = 0$
$x_7 = 1$	$x_7 = 1$	$x_7 = 1$
$x_8 = 1$	$x_8 = 1$	$x_8 = 1$
$x_9 = 0$	$x_9 = 0$	$x_9 = 0$
$x_{10} = 0$	$x_{10} = 0$	$x_{10} = 0,48$
$x_{11} = 0,86$	= 1	$x_{11} = 0$
$z = 1.710$	$z_1 = 1.700$	$z_2 = 1.633$

Como $z_1 > z_2$, temos que o portfólio ótimo para o problema inicial será constituído pelos investimentos 1, 7, 8, e 11 com VP_2 = UM 1.700.000,00.

Vimos que utilizando a Programação linear seria necessário um investimento inicial de R$ 20.000,00 a mais. A partir de (VP_1 – VP_2) observamos que o retorno seria igual a R$ 55.000,00 e não R$ 45.000,00. Logo, concluímos que a utilização do método da solução aproximada, pela Programação Linear, para este tipo de problema fornece uma resposta satisfatória.

Conclusão

A partir deste trabalho podemos concluir que com ferramentas básicas de matemática financeira temos resultados satisfatórios, também utilizando programação linear continua e inteira temos bons resultados para obtenção de uma carteira de investimento.

1.6 Bibliografia

[1] http://pt.wikipedia.org/wiki/Lucro_antes_de_juros_e_imposto_de_renda

[2] "Análise de Investimentos"- Casarotto, Nelson ; Kopittke,Bruno Hartmut; 6° edição atlas(1994)

[3] "Administração Financeira" - Ross, Westerfield, Jaffe; Ed. Atlas (1995)

[4]"Projetos de Investimento" - Lapponi, Juan Carlos; Lapponi Editora (2000)

[5] "Notas de Aula"- Prof. Dr. Laércio Luis Vendite

[6] "Decisões Financeiras em condições de risco"- Securato, José Roberto – Atlas (1996);