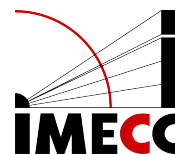




UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica



Wilian Hideki Watanabe

Aprendizagem Ativa em Cursinhos Comunitários

Campinas
2026

Wilian Hideki Watanabe

Aprendizagem Ativa em Cursinhos Comunitários

Monografia apresentada ao Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica da Universidade Estadual de Campinas como parte dos requisitos para obtenção de créditos na disciplina Projeto de Extensão Supervisionado, sob a orientação do Professor Michel Zamboni-Rached.

Este trabalho corresponde à versão final da monografia elaborada por Wilian Hideki Watanabe e orientada pelo Prof. Dr. Michel Zamboni-Rached.

Campinas
2026

Resumo

Este trabalho apresenta o relato de experiência e a análise quantitativa da implementação da metodologia ativa *Peer Instruction* (Instrução por Pares) no cursinho Pacto, um projeto de educação popular localizado no Jardim São Marcos, em Campinas (SP), voltado para adolescentes de baixa renda da região. A intervenção, conduzida ao longo do primeiro semestre de 2026, em três ciclos distintos, focou na consolidação de conceitos fundamentais de matemática — potenciação, radiciação e conversão de medidas — para alunos em fase de preparação para os exames de admissão em escolas técnicas.

A adequação do material didático e do fluxo instrucional planejado foram avaliados por meio do ganho normalizado de Hake, utilizado como métrica interna de calibração. Os resultados obtidos ($\langle g \rangle = 0,39$ no primeiro ciclo e $\langle g \rangle = 0,41$ e $\langle g \rangle = 0,29$ no segundo ciclo), aliados aos elevados índices de percepção positiva dos participantes (entre 77% e 96%), demonstram que o fluxo instrucional e material didático produzido foram adequados aos objetivos propostos. Esses resultados sugerem a viabilidade da metodologia nesse contexto.

Palavras-chave: Aprendizagem Ativa; Cursinho Comunitário; Peer Instruction; Ganho de Hake; Educação Matemática.

Abstract

This work presents an experience report and a quantitative analysis of the implementation of the active learning methodology *Peer Instruction* in the Pacto preparatory course, a community-based educational project located in Jardim São Marcos, Campinas, São Paulo, Brazil, aimed at low-income adolescents from the surrounding region. The intervention was conducted during the first semester of 2026 in three distinct cycles and focused on strengthening fundamental mathematical concepts—exponentiation, roots and radicals, and unit conversion—for students preparing for admission examinations to technical high schools.

The adequacy of the instructional materials and the planned instructional flow were evaluated using Hake’s normalized gain, employed as an internal calibration metric. The results obtained ($\langle g \rangle = 0.39$ in the first cycle and $\langle g \rangle = 0.41$ and $\langle g \rangle = 0.29$ in the second cycle), together with the high levels of positive participant perception (ranging from 77% to 96%), indicate that both the instructional flow and the instructional materials developed were appropriate for the proposed objectives. These findings suggest the feasibility of the methodology in this context.

Keywords: Active Learning; Community Preparatory Course; Peer Instruction; Hake’s Normalized Gain; Mathematics Education.

Sumário

1	Introdução	6
1.1	Contextualização e Justificativa	6
1.2	O Campo de Atuação: Cursinho Pacto	7
1.3	A Intervenção: Metodologias Ativas	8
2	Fundamentação Teórica	9
2.1	Ensino Tradicional vs. Aprendizagem Ativa	9
2.2	O Método <i>Peer Instruction</i>	9
2.3	Avaliação de Aprendizagem	10
2.4	Validação Científica e Contextos Nacionais	11
3	Metodologia e Implementação	13
3.1	Implementação Prática da Metodologia	13
3.2	Adaptações Metodológicas e Infraestrutura	13
3.3	Desenho dos Ciclos de Aula	14
3.4	Coleta e Tratamento de Dados	14
4	Resultados	16
4.1	Relato de Experiência: Primeiro Ciclo de Intervenção	17
4.2	Ajustes Metodológicos: Segundo Ciclo de Intervenção	18
4.3	Aprofundamento: Terceiro Ciclo de Intervenção	19
5	Conclusão	20
	Referências Bibliográficas	22
A	Materiais Didáticos	24
A.1	Material do Aluno	24
A.2	Exemplo de Material do Professor	31
A.3	Exemplos de Questões-Teste	35

Capítulo 1

Introdução

1.1 Contextualização e Justificativa

A educação básica brasileira vivencia um descompasso entre as diretrizes pedagógicas adotadas e a eficácia na aprendizagem, evidenciado pelo desempenho dos estudantes brasileiros em avaliações nacionais e internacionais: no PISA 2022, o Brasil obteve 379 pontos em matemática, abaixo da média dos países da OCDE ¹ (472 pontos) [1], e os resultados do SAEB 2023 revelaram que apenas 5% dos estudantes do Ensino Médio atingiram o nível de proficiência adequado em matemática [2]. Esse cenário tem raízes, em parte, nas escolhas pedagógicas feitas desde a década de 1990: impulsionado pela promulgação da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB/1996) e pelos Parâmetros Curriculares Nacionais [3], o país buscou afastar-se do ensino tradicional ², adotando um discurso de bases construtivistas focado na autonomia do aluno. No entanto, a transposição dessa filosofia para a sala de aula gerou, em larga medida, um modelo de instrução minimamente guiada que não possui amparo em evidências científicas. Pesquisas no campo da arquitetura cognitiva humana, como o estudo seminal de Kirschner, Sweller e Clark [4], demonstram que métodos que exigem que o aluno “descubra” conceitos com pouca orientação direta sobrecarregam a memória de trabalho, resultando em aprendizagem deficitária, especialmente para estudantes novatos em disciplinas complexas como matemática e ciências.

¹Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico

²Ensino puramente expositivo

Por outro lado, o retorno ao modelo tradicional, puramente expositivo, também se mostra anacrônico e ineficaz. Em uma sociedade hiperconectada, caracterizada pelo acesso onipresente a telas e pela fragmentação da atenção, a transmissão passiva e unilateral de conteúdo falha em promover a retenção de informações. Autores como Bates [5] apontam que, na era digital, o ensino baseado unicamente na exposição é incapaz de sustentar o engajamento dos estudantes, uma vez que o cérebro demanda processamento ativo e estímulos dinâmicos para consolidar memórias de longo prazo.

Diante dessa dicotomia entre a descoberta desestruturada e a preleção ineficaz, torna-se imperativa a adoção de engenharias pedagógicas validadas pelo rigor empírico. Destaca-se, neste cenário, a Instrução por Pares (*Peer Instruction*), metodologia ativa desenvolvida pelo físico Mazur [6]. Diferentemente de métodos pedagógicos sem amparo em evidências empíricas, a *Peer Instruction* possui eficácia cientificamente comprovada na ampliação do ganho conceitual, fundamentando-se na prática estruturada de evocação e no conflito cognitivo [7]. Ao inverter a lógica da sala de aula, o método exige que os estudantes reflitam ativamente sobre problemas, formulem hipóteses e confrontem seus raciocínios com os dos colegas.

No contexto de projetos de extensão universitária voltados à educação popular, a transposição dessa metodologia ganha contornos de urgência e relevância social. Este trabalho propõe-se, portanto, a implementar e analisar a *Peer Instruction* no ambiente restrito e desafiador de um cursinho comunitário preparatório para escolas técnicas, rompendo com o paradigma da passividade e oferecendo a estudantes de baixa renda o acesso a uma prática educacional ancorada na ciência cognitiva.

1.2 O Campo de Atuação: Cursinho Pacto

A intervenção prática que fundamenta este trabalho foi conduzida no Cursinho Pacto, um projeto de educação popular voltado à preparação de estudantes de baixa renda da região de Campinas, São Paulo. A iniciativa é desenvolvida pelo Grupo Primavera, uma Organização da Sociedade Civil que proporciona programas de educação complementar, cultural e profissional a crianças e adolescentes do entorno do bairro Jardim São Marcos.

O público-alvo do Cursinho Pacto é integralmente composto por adolescentes matriculados no ensino público regular no período diurno, os quais dedicam o período noturno à

preparação para os vestibulinhos. Durante a execução deste projeto de extensão, referente ao primeiro semestre de 2026, a instituição operava com duas turmas, designadas administrativamente como Turma HUB e Turma Pavilhão (PAV), alocando 30 estudantes em cada uma. O grupo apresenta expressiva heterogeneidade demográfica, refletindo a pluralidade da comunidade local em termos de gênero e autodeclaração de raça. Embora tal diversidade proporcione um ambiente propício à aprendizagem colaborativa, ela também impõe desafios didáticos, notadamente devido às assimetrias na base matemática prévia dos discentes.

A restrição temporal constitui um fator determinante na dinâmica institucional. As aulas de matemática ocorrem exclusivamente no período noturno, às terças e quintas-feiras, com a Turma HUB alocada das 19h00 às 20h05, e a Turma PAV das 20h10 às 21h15. Essa janela letiva, com duração de pouco mais de uma hora, exige um planejamento rigoroso e a otimização contínua do tempo de exposição e prática, premissa agravada pela necessidade de mitigar a fadiga natural dos estudantes após uma jornada escolar regular.

1.3 A Intervenção: Metodologias Ativas

Face às limitações temporais e à necessidade de nivelamento em matemática básica — com foco inicial em operações fundamentais, como potenciação, radiciação e conversão de medidas —, o presente projeto de extensão adotou como metodologia pedagógica o *Peer Instruction*. Em contraposição ao modelo tradicional, essa abordagem ativa emprega o conflito cognitivo e a argumentação entre os próprios alunos como mecanismos centrais para a consolidação de conceitos. A seleção da metodologia justifica-se pela indução de um estado de engajamento contínuo, fator indispensável para a manutenção da atenção e da motivação em turmas noturnas. O cerne desta monografia consiste, portanto, na adaptação logística e didática desse método — concebido originariamente para contextos universitários providos de alta tecnologia e com estudantes de perfil homogêneo — à realidade infraestrutural e demográfica de um cursinho comunitário.

Capítulo 2

Fundamentação Teórica

2.1 Ensino Tradicional vs. Aprendizagem Ativa

O modelo aqui caracterizado como ensino tradicional fundamenta-se na instrução estritamente expositiva, na qual o docente atua como o principal detentor e transmissor do conhecimento. Nesse paradigma, os alunos assumem uma postura passiva, limitando-se à recepção de informações, com intervenções pontuais voltadas ao esclarecimento de dúvidas. Em contrapartida, as metodologias de Aprendizagem Ativa promovem a horizontalização das interações em sala de aula. Nesse ambiente, o estudante é reposicionado como protagonista de sua própria aprendizagem, fomentando o diálogo constante não apenas na relação professor-aluno, mas, sobretudo, na interação entre os próprios pares, processo fundamental para o desenvolvimento do pensamento crítico e a consolidação de conceitos.

2.2 O Método *Peer Instruction*

A metodologia *Peer Instruction* foi desenvolvida pelo Professor Eric Mazur, da Universidade de Harvard, na década de 1990 [6, 8]. Diante da constatação do baixo nível de compreensão conceitual de seus alunos em disciplinas de física, Mazur estruturou essa abordagem com o intuito de induzir o engajamento cognitivo ativo durante as aulas.

A execução do método é baseada em três pilares fundamentais:

1. **Estudo prévio:** É imprescindível que os estudantes realizem a leitura ou análise do material didático antes do encontro presencial.

2. **Breve exposição teórica:** O docente concentra-se na apresentação dos conceitos fundamentais por meio de exposições curtas e direcionadas.
3. **ConcepTests e argumentação entre pares:** Ocorre a aplicação de questões-teste conceituais de múltipla escolha (denominadas *ConcepTests*). Dependendo do percentual de acertos da turma na primeira votação, instaura-se uma etapa de discussão na qual os alunos devem argumentar e defender suas respostas com os colegas.

A Figura 2.1 ilustra o ciclo de decisão conduzido pelo docente com base nas respostas obtidas durante a aplicação das questões-teste.

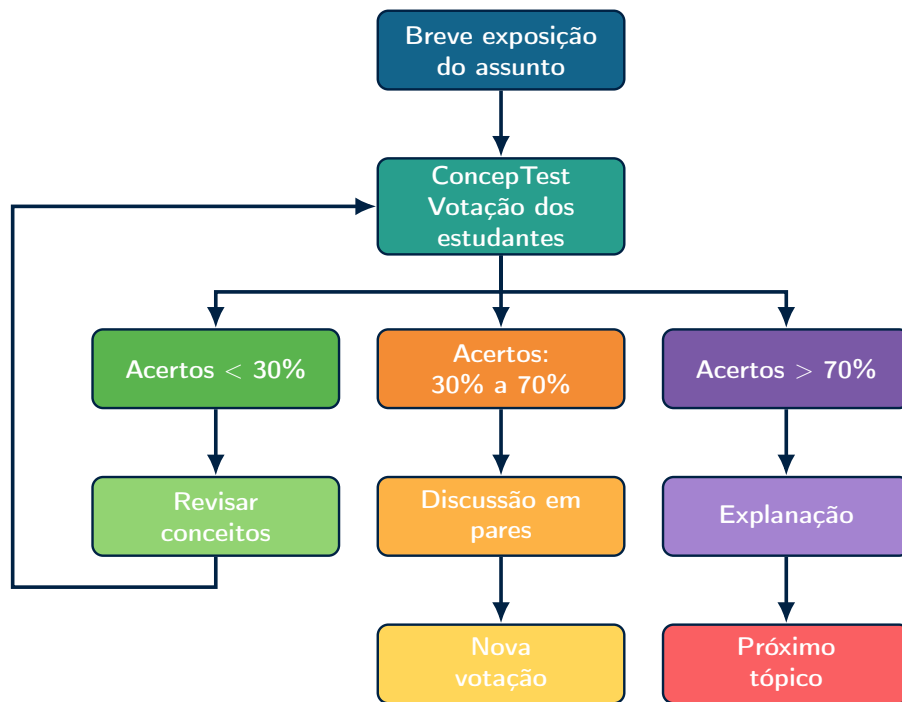


Figura 2.1: Fluxograma de aplicação do método *Peer Instruction*.

Fonte: Adaptado de Mazur [6].

2.3 Avaliação de Aprendizagem

Para quantificar a eficácia de metodologias ativas no ensino de ciências, Hake [9] introduziu a métrica do Ganho Normalizado ($\langle g \rangle$). Esse índice é calculado pela razão entre o ganho real de aprendizagem de uma turma (diferença de acertos percentuais entre o pós-teste e o pré-teste) e o ganho máximo possível, conforme a Equação 2.1:

$$\langle g \rangle = \frac{\% \langle S_f \rangle - \% \langle S_i \rangle}{100 - \% \langle S_i \rangle} \quad (2.1)$$

em que $\% \langle S_f \rangle$ e $\% \langle S_i \rangle$ representam, respectivamente, as médias percentuais de acertos da turma no teste final e inicial.

Em uma amostra de mais de seis mil estudantes de Física, Hake observou que cursos conduzidos por métodos tradicionais de ensino apresentavam ganhos normalizados de aproximadamente $\langle g \rangle \approx 0,23$ pontos, enquanto cursos que empregavam métodos de engajamento interativo apresentavam ganhos de $\langle g \rangle \approx 0,48$. Segundo a classificação proposta por Hake, ganhos normalizados inferiores a 0,30 são considerados baixos, entre 0,30 e 0,70 médios, e superiores a 0,70 altos.

Cabe ressaltar que o escopo deste trabalho consiste na adaptação da metodologia de instrução por pares, configurando um relato de experiência e estudo de viabilidade no contexto da disciplina MS778. Dessa forma, o Ganho de Hake não é empregado como instrumento avaliativo ou classificatório do desempenho individual dos estudantes. Sua aplicação restringe-se ao uso como métrica agregada interna para a calibragem do material didático. O cálculo visa validar a clareza na formulação dos *ConceptTests*, mensurar o poder de atração dos distratores (alternativas incorretas) e avaliar a adequação do fluxo instrucional planejado às necessidades cognitivas da turma do cursinho comunitário.

2.4 Validação Científica e Contextos Nacionais

Desde sua concepção inicial, a Instrução por Pares consolidou-se como uma metodologia ativa de alto impacto, com eficácia amplamente documentada nas disciplinas que compõem o eixo STEM (*Science, Technology, Engineering, and Mathematics*). Estudos como a análise de dez anos conduzida por Crouch e Mazur [7] evidenciam ganhos expressivos na retenção conceitual. Essa robustez metodológica impulsionou a expansão do *Peer Instruction* não apenas na física, mas em áreas da matemática como o cálculo de múltiplas variáveis [10].

No panorama acadêmico brasileiro, a transposição da metodologia iniciou-se primordialmente no Ensino Superior. Trabalhos como o de Araujo e Mazur [11] demonstraram a viabilidade da aplicação do *Peer Instruction* no contexto nacional, adequando as premissas de Mazur à realidade acadêmica do país. Pesquisas subsequentes expandiram essa validação para cursos superiores de computação [12], química [13, 14] e programas de

mestrado profissional em ensino [15], atestando a flexibilidade do método em superar o modelo tradicional em instituições providas de infraestrutura tecnológica estabelecida.

Mais recentemente, a literatura tem registrado esforços acadêmicos direcionados à aplicação da Instrução por Pares na Educação Básica. Iniciativas pontuais já investigaram o método no ensino de matemática para estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental [16]. Revisões sistemáticas da literatura, como as conduzidas por Camillo e Graffunder [17] para o ensino de ciências e por Leite Junior e Fernandes [18], focada especificamente na resolução de problemas matemáticos no Ensino Médio, apontam que o método promove melhorias substanciais no engajamento dos adolescentes e na mitigação de obstáculos epistemológicos.

Apesar desse avanço promissor, observa-se ainda uma lacuna na literatura científica relacionada a estudos que investiguem a adequação e a viabilidade operacional do *Peer Instruction* especificamente em projetos de educação popular e cursinhos comunitários. Tais ambientes apresentam restrições estruturais agudas, como a impossibilidade de uso de sistemas eletrônicos de votação, cargas horárias exíguas e uma expressiva heterogeneidade na defasagem de conceitos matemáticos fundamentais. Dessa forma, a adaptação metodológica para o nivelamento em matemática empregando tecnologias de baixo custo nesse nicho específico constitui não apenas uma inovação pedagógica, mas a justificativa central que fundamenta o desenvolvimento deste projeto de extensão.

Capítulo 3

Metodologia e Implementação

3.1 Implementação Prática da Metodologia

Diferente da fundamentação teórica, que aborda os princípios cognitivos do método, esta seção detalha a mecânica operacional adotada no cursinho escolhido. A implementação do *Peer Instruction* seguiu um protocolo estrito de ações sucessivas: (1) disponibilização antecipada do material de leitura e exercícios de fixação; (2) aplicação de um pré-teste presencial para mensurar o conhecimento prévio; (3) uma microaula expositiva focada exclusivamente nos nós conceituais do tema; e (4) a aplicação sequencial das questões-teste, no qual o engajamento interativo de fato ocorre, culminando na aplicação de um (5) pós-teste final para calibragem metodológica.

3.2 Adaptações Metodológicas e Infraestrutura

O *Peer Instruction* em sua concepção original faz uso de *clickers* (sistemas eletrônicos de votação individual) para a coleta em tempo real das respostas dos alunos. Considerando a realidade socioeconômica e a infraestrutura de um cursinho popular, fez-se necessária uma adaptação para um sistema de votação de tecnologia de baixo custo.

Utilizou-se um conjunto de cartões impressos (*flashcards*) contendo as alternativas A, B, C e D. Para conferir agilidade à leitura visual por parte do professor e dinamizar a contagem de votos, cada alternativa foi impressa em uma cor distinta. Durante os *ConcepTests*, ao comando do professor, os alunos levantavam simultaneamente o cartão correspondente à sua resposta, permitindo uma estimativa visual rápida do percentual de

acertos da turma e a imediata tomada de decisão pedagógica (reexplicar, iniciar discussão ou avançar).

O material didático destinado aos estudantes para a realização da leitura prévia foi elaborado com o objetivo de ser simultaneamente completo e conciso. Sua estrutura foi planejada para ser autocontida, reunindo todos os conceitos e informações necessárias para o acompanhamento das atividades em sala de aula. Ao mesmo tempo, buscou-se manter o texto sucinto para não desestimular a sua leitura, considerando que os alunos dispõem de pouco tempo, dado que frequentam o ensino regular no período diurno. O referido material pode ser consultado no Apêndice A.1.

3.3 Desenho dos Ciclos de Aula

O tempo de intervenção representou um desafio logístico, visto que as aulas possuíam a duração de apenas uma hora letiva. O ciclo padrão foi desenhado para maximizar o tempo de discussão ativa. A arquitetura temporal das aulas foi estipulada da seguinte forma:

- **00–10 min:** Recepção e aplicação do pré-teste (avaliação do material de leitura prévia).
- **10–25 min:** Exposição teórica sintética (*microlecture*).
- **25–50 min:** Aplicação dos *ConcepTests*. Cada questão seguiu o ciclo: leitura, tempo de reflexão individual (1 a 2 minutos), primeira votação, discussão entre os pares (se o acerto ficasse entre 30% e 70%) e segunda votação.
- **50–60 min:** Considerações finais e aplicação do pós-teste.

3.4 Coleta e Tratamento de Dados

Conforme delineado no escopo deste trabalho, os dados coletados não caracterizam pesquisa com seres humanos, mas sim métricas somativas de avaliação contínua do ensino e indicadores de viabilidade do material didático elaborado. As respostas dos pré e pós-testes, bem como os índices subjetivos (“Dinâmica” e “Confiança”, aferidos por escala perceptiva), foram tabulados em planilhas eletrônicas de forma agregada por turma (identificadas como HUB e PAV). O tratamento quantitativo baseou-se no cálculo do ganho

normalizado de Hake ($\langle g \rangle$), utilizado estritamente para atestar se o nível de complexidade dos distratores nas questões de múltipla escolha atingiu o objetivo de instigar o conflito cognitivo esperado pela metodologia.

Capítulo 4

Resultados

A Tabela 4.1 apresenta uma síntese dos resultados obtidos nos três ciclos de intervenção, com as médias dos pré-testes e pós-testes, ganho normalizado de Hake, e indicadores de percepção dos estudantes sobre a dinâmica das aulas e a confiança no conteúdo estudado.

Tabela 4.1: Síntese dos indicadores por turma e ciclo de intervenção.

Ciclo	Turma	Pré	Pós	$\langle g \rangle$	Dinâmica	Confiança
1º – Potenciação	HUB	2,77	– ^a	– ^a	93%	93%
	PAV	2,94	3,32	0,39	80%	80%
2º – Radiciação	HUB	2,50	3,04	0,41	96%	77%
	PAV	2,32	2,82	0,29	89%	89%
3º – Conv. medidas	HUB/PAV	–	–	–	–	–

^a Pré-teste aplicado na data do 1º ciclo; pós-teste não pôde ser realizado por restrições de tempo. Dados não comparáveis para cômputo do ganho. O 3º ciclo não teve instrumentos de avaliação formal. **Nota:** Pré e pós: média de acertos (escala 0–4). Dinâmica e Confiança: percentual de respostas 4 ou 5 em escala Likert (1–5).

Fonte: elaboração própria (2026).

No primeiro ciclo, a turma PAV obteve um ganho normalizado de $\langle g \rangle = 0,39$, valor considerado médio segundo a literatura. A turma HUB não pôde ser avaliada nesse ciclo, conforme indicado na Tabela 4.1. No segundo ciclo, a turma HUB obteve um ganho normalizado médio ($\langle g \rangle = 0,41$), valor superior aos ganhos tipicamente associados ao ensino tradicional, segundo a literatura. Já a turma PAV obteve um ganho próximo ao limiar entre as faixas baixa e média ($\langle g \rangle = 0,29$), compatível com os valores geralmente observados em cursos ministrados por métodos de ensino tradicional. Com relação aos

indicadores subjetivos, os percentuais de avaliação foram elevados em todos os ciclos avaliados.

É importante observar que, embora ganhos entre $0,30 \leq g \leq 0,70$ sejam classificados por Hake como médios, a média dos cursos de engajamento interativo analisados no seu estudo situa-se justamente nessa faixa ($g \approx 0,48$). Dessa forma, valores classificados como médios não devem ser interpretados como resultados modestos, mas sim como compatíveis com experiências bem-sucedidas de implementação de metodologias ativas.

4.1 Relato de Experiência: Primeiro Ciclo de Intervenção

O primeiro ciclo de intervenção, realizado em 9 de abril de 2026, abordou o tópico de potenciação — conceito fundamental da matemática e alicerce para os demais temas do currículo.

A primeira intervenção em sala de aula apresentou os desafios inerentes à quebra do paradigma tradicional de aula. A impressão geral da docência foi amplamente positiva, destacando-se uma participação massiva e um engajamento espontâneo dos estudantes, que não estavam habituados a uma horizontalidade tão franca nas aulas de matemática.

Na turma HUB, a apresentação do projeto e o cumprimento do cronograma inicial transcorreram com ritmo acelerado. Nos *ConcepTests*, os alunos demonstraram alto aproveitamento conceitual, com taxas de acerto consistentemente superiores a 70% na primeira votação, o que inviabilizou a ocorrência de longos debates entre os pares (visto que o consenso da alternativa correta já estava formado). O tempo restrito de uma hora provou-se o maior obstáculo: enquanto a turma PAV conseguiu finalizar todo o ciclo, na turma HUB a aplicação do pós-teste precisou ser postergada para o encontro letivo seguinte.

Apesar de um ambiente inicial ligeiramente caótico — típico da adaptação a novas regras de interação em sala —, os indicadores agregados demonstraram a viabilidade da aplicação metodológica. Os resultados preliminares computaram um ganho de Hake de $\langle g \rangle = 0,39$ na turma PAV, acompanhado de excelentes índices de aceitação metodológica: 80% na turma PAV e 93% na turma HUB.

4.2 Ajustes Metodológicos: Segundo Ciclo de Intervenção

O segundo ciclo de intervenção, realizado em 16 de abril de 2026, abordou o tópico de radiciação — um tema que, historicamente, impõe maiores barreiras cognitivas aos estudantes do que a potenciação.

Visando corrigir as falhas identificadas no primeiro ciclo — sobretudo o esgotamento do tempo antes da conclusão do ciclo completo na turma HUB —, aplicaram-se ajustes metodológicos críticos. Primeiramente, o material didático prévio foi entregue com maior antecedência, garantindo tempo hábil para a leitura. Para otimizar o tempo de lousa, adotou-se o uso integral de projeção multimídia (TV na turma HUB e telão na turma PAV) para a realização das questões, o que aumentou drasticamente o dinamismo da aula.

Das 16 questões preparadas, o tempo permitiu a aplicação de 5. Na turma HUB, o alto desempenho se repetiu, com todas as respostas ultrapassando o limiar de 70% de acertos no primeiro voto, indicando avanço direto sem necessidade de discussão entre pares. O ponto alto da implementação ocorreu na turma PAV: quatro questões obtiveram acerto majoritário, mas uma das formulações resultou em uma taxa de acerto na faixa de 30% a 70%. Este cenário disparou, pela primeira vez com clareza, o protocolo de discussão por pares. Após os minutos destinados à argumentação autônoma entre os estudantes, a segunda rodada de votação atingiu 100% de convergência para a alternativa correta. Este evento isolado validou não apenas o funcionamento prático da metodologia no cursinho comunitário, mas atestou a eficácia do material didático elaborado em gerar o conflito e a subsequente superação da lacuna conceitual.

Na turma PAV, as médias de acerto foram de 2,32 (pré-teste) para 2,82 (pós-teste), resultando em um ganho de Hake de $\langle g \rangle = 0,29$, e com índices de percepção positiva na dinâmica e na confiança atingindo 89%. Já a turma HUB obteve médias de acerto de 2,50 (pré-teste) e 3,04 (pós-teste), resultando em um ganho normalizado de $\langle g \rangle = 0,41$, e índices de percepção positiva de 96% na dinâmica e 77% na confiança no conteúdo.

4.3 Aprofundamento: Terceiro Ciclo de Intervenção

O terceiro e último ciclo de intervenção, realizado em 19 de maio de 2026, abordou o tópico de conversão de medidas, um tema que conversa com outras disciplinas, como a física e geografia, e que é uma ferramenta fundamental para resolução de problemas mais avançados.

Entre o segundo e o terceiro ciclos houve um intervalo de pouco mais de um mês, decorrente de atividades institucionais do cursinho, como palestras, simulados e correções de listas de exercícios. Em virtude da limitação de tempo e do caráter predominantemente qualitativo desta etapa de intervenção, optou-se por não aplicar os instrumentos de avaliação, priorizando o tempo de aula e questões-teste.

Com o objetivo de aprofundar o nível das atividades propostas, foram elaboradas quinze questões sobre o tema escolhido, cada uma exigindo múltiplos conceitos para sua resolução. Em comparação aos ciclos anteriores, as questões apresentaram um maior grau de complexidade, demandando dos estudantes não apenas a aplicação direta de procedimentos mecânicos, mas também a integração de diferentes conhecimentos matemáticos.

Diante dessa maior dificuldade, o protocolo de instrução por pares foi acionado em ambas as turmas. Na turma HUB, das seis questões discutidas, duas demandaram a realização de ciclos de discussão entre os estudantes. Na turma Pavilhão, o mesmo ocorreu em duas das sete questões realizadas. Após os minutos destinados à discussão entre os alunos, as novas votações resultaram 100% de acerto.

Observou-se ainda que, por já estarem familiarizados com a metodologia, os estudantes participaram das atividades com maior naturalidade e fluidez em comparação aos ciclos anteriores. Entretanto, foram identificadas algumas limitações operacionais do sistema de votação. Apesar das orientações fornecidas, ocorreram momentos de troca de informações entre os alunos antes da votação individual, possivelmente motivados pelo desejo de acertar as questões propostas. Além disso, verificou-se que alguns estudantes observavam as fichas de votação dos colegas nos instantes que antecederiam a resposta, o que pode ter influenciado determinadas escolhas por parte dos alunos. Tais fatores representam potenciais fontes de viés e constituem aspectos metodológicos relevantes para futuras aplicações da estratégia.

Capítulo 5

Conclusão

Este trabalho teve como objetivo investigar a viabilidade da implementação da metodologia de instrução por pares em uma disciplina de matemática em um cursinho popular.

Os resultados obtidos ao longo de três ciclos de intervenção indicam que a metodologia mostrou-se viável e adequada ao contexto analisado. Observou-se que, após um período inicial de adaptação, tanto estudantes quanto mediadores passaram a compreender melhor a dinâmica das atividades, resultando em aulas mais fluidas, com maior participação dos alunos e discussões mais produtivas. Esse processo evidenciou que a implementação da metodologia requer não apenas uma aplicação rígida do protocolo, mas também uma construção gradual de uma cultura de participação e colaboração em sala de aula.

Os ganhos normalizados observados situaram-se na faixa considerada média pela literatura — com exceção da turma PAV no segundo ciclo ($\langle g \rangle = 0,29$), cujo valor se aproxima do limiar inferior dessa faixa —, devendo ser interpretados com cautela em razão do reduzido número de questões dos instrumentos de avaliação e das limitações operacionais identificadas durante a aplicação. O questionário composto por apenas quatro questões torna o ganho normalizado de Hake particularmente sensível, uma vez que o acerto ou erro de uma única questão corresponde a uma variação de 25% da pontuação total.

A experiência também permitiu identificar limitações práticas relevantes. Entre elas, pode-se destacar o sistema de votações com cartões coloridos, que possibilitou a identificação visual das respostas dos demais estudantes antes da consolidação do voto individual. Além disso, observou-se a troca de informações entre os alunos, mesmo após reiterados avisos. Esses fatores introduziram vieses nos resultados e indicam a necessidade de

mecanismos que garantam maior independência das respostas, especialmente em futuras aplicações da metodologia.

Por fim, conclui-se que a instrução por pares pode ser implementada com sucesso em ambientes de educação popular, inclusive em contextos caracterizados por grande diversidade acadêmica e social entre os estudantes. Entretanto, seu sucesso depende de adaptação cuidadosa dos materiais didáticos, da organização das aulas e do tempo, da formação dos mediadores e de um diálogo contínuo entre a coordenação, professores e estudantes. Dessa forma, os resultados obtidos contribuem para ampliar as evidências sobre a aplicabilidade da metodologia em contextos educacionais brasileiros e fornecem subsídios para futuras aplicações e investigações envolvendo metodologias ativas em contextos de educação popular.

Referências Bibliográficas

- [1] OECD. *PISA 2022 Results (Volume I): The State of Learning and Equity in Education*. Paris: OECD Publishing, 2023. DOI: 10.1787/53f23881-en. URL: <https://doi.org/10.1787/53f23881-en>.
- [2] Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). *Resultados SAEB 2023 – Volume 1: Dados de proficiência*. Rel. técn. Brasília: INEP, 2024. URL: <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/saeb/resultados>.
- [3] Brasil. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais: introdução aos parâmetros curriculares nacionais*. Rel. técn. Brasília: MEC/SEF, 1997. URL: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro01.pdf>.
- [4] Paul A. Kirschner, John Sweller e Richard E. Clark. “Why minimal guidance during instruction does not work: an analysis of the failure of constructivist, discovery, problem-based, experiential, and inquiry-based teaching”. Em: *Educational Psychologist* 41.2 (2006), pp. 75–86. DOI: 10.1207/s15326985ep4102_1.
- [5] A. W. Bates. *Teaching in a digital age: guidelines for designing teaching and learning*. BCcampus, 2015. URL: <https://opentextbc.ca/teachinginadigitalage/>.
- [6] Eric Mazur. *Peer Instruction: A User’s Manual*. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 1997.
- [7] Catherine H. Crouch e Eric Mazur. “Peer instruction: ten years of experience and results”. Em: *American Journal of Physics* 69.9 (2001), pp. 970–977. DOI: 10.1119/1.1374249.
- [8] Eric Mazur. *Confessions of a Converted Lecturer*. YouTube. 2009. URL: <https://www.youtube.com/watch?v=WwslBPj8GgI> (acesso em 13/06/2026).
- [9] Richard R. Hake. “Interactive-engagement versus traditional methods: a six-thousand-student survey of mechanics test data for introductory physics courses”. Em: *American Journal of Physics* 66.1 (1998), pp. 64–74. DOI: 10.1119/1.18809.
- [10] Alan Von Herrmann e L. Jeneva Clark. “Calculus III: under the influence of peer instruction”. Em: *Journal of Humanistic Mathematics* 12.2 (2022), pp. 443–459. DOI: 10.5642/jhummath.MDFX5309. URL: <https://scholarship.claremont.edu/jhm/vol12/iss2/25>.
- [11] Ives S. Araujo e Eric Mazur. “Instrução pelos colegas e ensino sob medida: uma proposta para o engajamento dos alunos no processo de ensino e aprendizagem de física”. Em: *Caderno Brasileiro de Ensino de Física* 30.2 (2013), pp. 362–384. DOI: 10.5007/2175-7941.2013v30n2p362.

- [12] Esdras Lins Bispo Junior, Rosemara Perpétua Lopes e Simone C. Santos. “Peer instruction in computing higher education: a case study of a logic in computer science course in Brazilian context”. Em: *Revista Brasileira de Informática na Educação* 29 (2021), pp. 1403–1432. DOI: 10.5753/rbie.2021.2127.
- [13] Francisco José Mininel e Silvana Márcia Ximenes Mininel. “Utilização da técnica Peer Instruction (aprendizagem por pares) como metodologia ativa no ensino de química: estequiometria na produção do ferro”. Em: *Revista Tópicos* 3.26 (2025), pp. 1–18. DOI: 10.5281/zenodo.17269331. URL: <https://revistatopicos.com.br/artigos/utilizacao-da-tecnica-peer-instruction-aprendizagem-por-pares-como-metodologia-ativa-no-ensino-de-quimica-estequiometria-na-producao-do-ferro>.
- [14] Geraldo Novaes Tessaro et al. “Avaliação da metodologia Peer Instruction no aprendizado de termodinâmica na graduação em Química”. Em: *Química Nova na Escola* 47.1 (2025). DOI: 10.21577/0104-8899.20160380.
- [15] Ana Amélia Petter, Tobias Espinosa e Ives Solano Araujo. “Inovação didática no ensino de física: um estudo sobre a adoção do método instrução pelos colegas (Peer Instruction) no contexto de mestrados profissionais em ensino no Brasil”. Em: *Revista Brasileira de Ensino de Física* 43 (2021), e20210070. DOI: 10.1590/1806-9126-rbef-2021-0070.
- [16] Bruna Ligabo de Moura. “Aplicação do Peer Instruction no ensino de matemática para alunos de quinto ano do ensino fundamental”. Dissertação (Mestrado em Projetos Educacionais de Ciências). Lorena: Escola de Engenharia de Lorena, Universidade de São Paulo, 2017. DOI: 10.11606/D.97.2017.tde-21112017-141058. URL: <https://doi.org/10.11606/D.97.2017.tde-21112017-141058>.
- [17] Cíntia Moralles Camillo e Karine Gehrke Graffunder. “Contribuições do Peer Instruction para o ensino de ciências: uma revisão sistemática da literatura”. Em: *Pesquisa e Debate em Educação* 12.2 (2022), pp. 1–20. DOI: 10.34019/2237-9444.2022.v12.34042. URL: <https://periodicos.ufjf.br/index.php/RPDE/article/view/34042>.
- [18] Jairo dos Santos Leite Junior e Kleber Tavares Fernandes. “Contribuições da Peer Instruction na resolução de problemas matemáticos no Ensino Médio brasileiro: uma revisão sistemática da literatura”. Em: *RENOTE – Revista Novas Tecnologias na Educação* 22.3 (2025), pp. 21–32. DOI: 10.22456/1679-1916.144966. URL: <https://seer.ufrgs.br/index.php/renote/article/view/144966>.

Apêndice A

Materiais Didáticos

A.1 Material do Aluno

Nas páginas seguintes estão os materiais didáticos dos alunos, referentes aos temas de Potenciação, Radiciação e Conversão de Medidas. Importante observar que o material foi projetado para ser sucinto, onde cada tema possui apenas duas páginas.

Introdução à Potenciação

1. O que é e como se lê?

A Ideia Principal

A potenciação:

$$a^n = b$$

é um atalho para multiplicar um mesmo número várias vezes. a é chamado de **base**, n é o **expoente** e b a **potência**. Na hora de ler a conta, usamos nomes especiais para o número pequenininho (o expoente):

- Expoente **2**: Lemos “ao quadrado”. (Ex: 7^2 é sete ao quadrado).
- Expoente **3**: Lemos “ao cubo”. (Ex: 4^3 é quatro ao cubo).
- Expoente **4 ou mais**: Lemos “elevado à quarta, quinta potência...”.

EXPOENTE: Quantas vezes ele repete.

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

BASE: O número que se repete.

Cuidado!

2^3 NÃO É $2 \times 3 = 6$.

2. Exemplos Passo a Passo

Exemplo Resolvido: Abrindo a conta antes de calcular

Problema: Calcule o valor de 4^2 .

1. **Leitura:** Lemos “quatro ao quadrado”.
2. **Abertura:** A base é 4 e o expoente é 2. O número 4 vai se multiplicar por ele mesmo duas vezes.
3. **Cálculo:** $4 \times 4 = 16$.

3. O Grande Desafio das Potências

Como calcular isso na hora da prova?

Imagine que você está no vestibulinho e se depara com a seguinte conta:

$$\frac{2^{15} \times 2^{10}}{2^{23}}$$

Você vai multiplicar o número 2 por ele mesmo 15 vezes? E depois 10 vezes? Imagine o trabalho!

A Resposta: Nós usamos as **Propriedades da Potenciação**! Elas são “atalhos” criados exatamente para resolver contas monstras como essa em poucos segundos.

Situação	A Regra (Propriedade)	O que eu faço?
Multiplicação de bases iguais	$a^m \times a^n = a^{m+n}$	Repete a base e SOMA os expoentes.
Divisão de bases iguais	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	Repete a base e SUBTRAI os expoentes.
Potência de uma potência	$(a^m)^n = a^{m \times n}$	Repete a base e MULTIPLICA os expoentes.
Expoente negativo	$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	Inverte a base (vira fração) e o expoente fica POSITIVO . O sinal de menos não deixa o número negativo!

Cuidado!

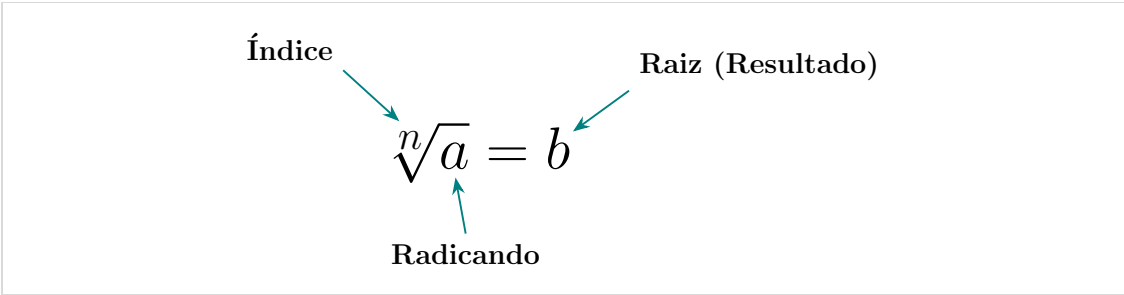
Veja os erros mais comuns e **não faça isso**:

- **Somar quando é pra multiplicar:** $2^3 + 2^4$ NÃO vira 2^7 . A regra de somar o expoente só vale se houver uma **multiplicação** no meio ($2^3 \times 2^4 = 2^7$).
- **Bases diferentes:** A expressão $2^3 \times 5^2$ NÃO pode ser juntada. As bases (o número grande embaixo) têm que ser iguais.
- **Confundir Potência de Potência com soma:** Fazer $(3^2)^4$ e responder 3^6 está errado. O correto é **multiplicar** (2×4), virando 3^8 .

Radiciação

A Operação Inversa da Potenciação

1. Elementos da Radiciação



Cuidado!

Quando o índice n não aparece, ele vale **2** (raiz quadrada), por exemplo $\sqrt{4}$, lemos “raiz quadrada de 4”. A pergunta base da radiciação é: “Qual número (b) que elevado a (n) resulta em (a)?”. Exemplo: $\sqrt{25} = 5$, pois $5^2 = 25$.

2. Propriedades Operatórias

Imagine abrir a prova do vestibulinho e dar de cara com este “monstro”:

$$^{2026}\sqrt[2026]{3^{2026}} + \frac{\sqrt{8} \cdot \sqrt{18}}{\sqrt{4}} - \sqrt{\sqrt[3]{64}} + \sqrt[100]{2^{200}} - (\sqrt[4]{2})^8 + 81^{\frac{1}{4}}$$

Bate o desespero? Se você tentar calcular a raiz de índice 2026 na força bruta, é complicado. Porém, as **propriedades** da radiciação são atalhos para fugir dessas contas enormes.

Propriedade	Regra Matemática
P1 Multiplicação (mesmo índice)	$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$
P2 Divisão (mesmo índice)	$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$
P3 Raiz de uma Raiz	$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$
P4 Potência de uma Raiz	$(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$
P5 Anulação / Cancelamento	$(\sqrt[n]{a})^n = a \quad \text{ou} \quad \sqrt[n]{a^n} = a$
P6 Proporção (Índice e Expoente)	$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n \cdot p]{a^{m \cdot p}} \quad \text{ou} \quad \sqrt[n \div p]{a^{m \div p}}$
P7 Expoente Fracionário	$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

3. Simplificação por Fatoração

Muitas vezes, as questões não entregam raízes exatas de “bandeja” (como $\sqrt{20}$ ou $\sqrt{72}$). Para resolver isso, usamos a fatoração para quebrar o número obter raiz.

Passo a Passo: Fatorando raízes não exatas

Problema: Simplificar $\sqrt{72}$.

1. **Reescreva o radicando:** Lembra do M.M.C.? Use a decomposição em números primos para reescrever o radicando. Fazendo isso, descobrimos que ele pode ser reescrito como:

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3, \text{ ou seja, } 2^3 \cdot 3^2$$

2. **Agrupe de acordo o índice:** Como é uma raiz quadrada (índice 2), separe os números em grupos de potência de 2:

$$72 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 2$$

3. **Retire da raiz os radicandos com potência igual o índice:** Aplicando a propriedade do Cancelamento (P5), o 2^2 e o 3^2 escapam da raiz como 2 e 3. O 2 que sobrou sozinho fica lá dentro:

$$\sqrt{72} = \sqrt{2^2 \cdot 3^2 \cdot 2} = \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{2} \rightarrow 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{2} \rightarrow 6\sqrt{2}$$

4. Aplicação Rápida e Truques

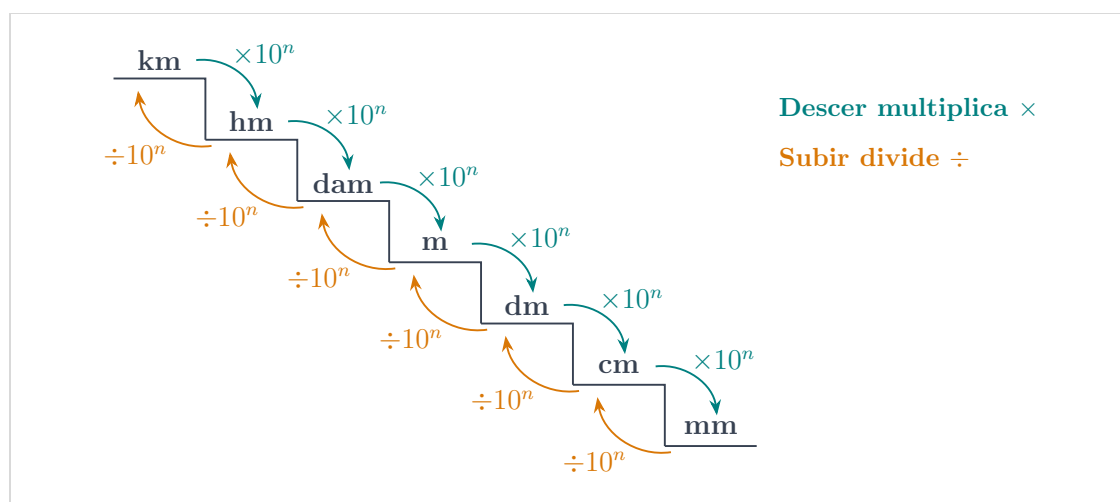
- **P1 e P2:** Com índices iguais, faça a conta sob a mesma raiz para achar raízes exatas: $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} = \sqrt{2 \cdot 8} = \sqrt{16} = 4$ e $\frac{\sqrt{75}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{75}{3}} = \sqrt{25} = 5$.
- **P3:** Multiplique os índices (cuidado com o 2 invisível!): $\sqrt[3]{\sqrt{64}} = \sqrt[3 \cdot 2]{64} = \sqrt[6]{64} = 2$.
- **P4 e P5:** O expoente de fora entra na raiz: $(\sqrt[3]{5})^2 = \sqrt[3]{5^2} = \sqrt[3]{25}$. Mas se for igual ao índice, a raiz é destruída: $(\sqrt[4]{7})^4 = 7$.
- **P6:** Divida o índice e o expoente pelo mesmo número para simplificar: $\sqrt[6]{3^4} = \sqrt[6/2]{3^{4/2}} = \sqrt[3]{3^2}$.
- **P7:** Quem está na sombra vai pro sol (numerador), quem está no sol vai pra sombra (denominador): $\sqrt[3]{2^6} = 2^{\frac{6}{3}} = 2^2 = 4$.
- **Truque de Fatoração:** Procure o **maior quadrado perfeito** escondido na multiplicação. Exemplo: $\sqrt{50} = \sqrt{25 \cdot 2} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$.

Conversão de Unidades

Comprimento, Área, Volume e Massa

1. A Escada das Unidades

Imagine uma escada onde cada degrau é uma unidade do sistema métrico. Para converter, você “pula” os degraus multiplicando ou dividindo.



Cuidado!

O segredo é o expoente n , que indica a dimensão da medida:

- **Comprimento (1D)**: $n = 1$ (multiplica/divide por $10^1 = 10$).
- **Área (2D)**: $n = 2$ (multiplica/divide por $10^2 = 100$).
- **Volume (3D)**: $n = 3$ (multiplica/divide por $10^3 = 1000$).

2. Massa, Capacidade e Tempo

Massa

1 tonelada (t) = 1000 kg

1 kg = 1000 g

1 g = 1000 mg

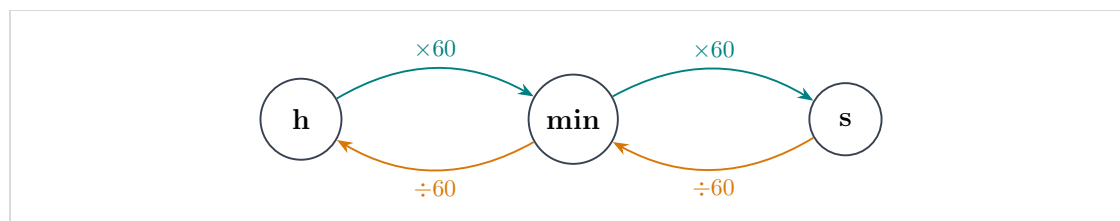
Volume ↔ Capacidade

1 dm³ = 1 litro (L)

1 cm³ = 1 mililitro (ml)

1 m³ = 1000 litros

Tempo (Base 60): Diferente do sistema decimal, o tempo opera em base 60.



3. Exemplos Passo a Passo

Exemplo Prático: Comprimento (1D)

Converta **7,2 km** para **metros**.

De km para m, descemos 3 degraus. Como $n = 1$, cada degrau vale 10:

$$7,2 \times 10 \times 10 \times 10 = 7,2 \times 1000 = \mathbf{7200 \text{ m}}$$

Exemplo Prático: Área (2D)

Converta **5 m²** para **cm²**.

De m² para cm² descemos 2 degraus. Como $n = 2$, cada degrau vale 100:

$$5 \times 100 \times 100 = 5 \times 10.000 = \mathbf{50.000 \text{ cm}^2}$$

Exemplo Prático: Volume (3D)

Converta **3000 mm³** para **cm³**.

Como $n = 3$, cada degrau vale 1000, só que na subida da escada dividimos:

$$3000 \div 1000 = \mathbf{3 \text{ cm}^3}$$

Exemplo Prático: Massa e Capacidade

A) Converta **2,5 kg** para **gramas**.

Descemos 3 degraus na escala de gramas: $2,5 \times 1000 = \mathbf{2500 \text{ g}}$

B) Quantos litros cabem em **4 m³**?

Sabemos que $1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ litros}$. Logo: $4 \times 1000 = \mathbf{4000 \text{ Litros}}$.

Exemplo Prático: Tempo

Converta **2,5 horas** para **minutos**.

De horas para minutos, damos um “pulo” no esquema multiplicando por 60.

$$2,5 \times 60 = \mathbf{150 \text{ minutos}}$$

A.2 Exemplo de Material do Professor

Nas páginas seguintes seguem o material didático do professor referente ao tema Potenciação, executado no primeiro ciclo de intervenção. É importante notar que nesta intervenção, as questões teste foram planejadas junto com o material do professor. Isso depois foi aperfeiçoado, separando as questões teste do material do professor para fins de otimização do tempo.

Introdução à Potenciação

Material do Professor

1. A Construção do Conceito

Roteiro de Mediação: Teoria

- **Não comece com letras (a^n).** Comece escrevendo na lousa: $2 \times 2 \times 2$.
- Pergunte: “Como podemos escrever essa expressão de forma mais resumida?”
- Apresente o 2^3 . Nomeie as partes: a **Base** é quem repete. O **Expoente** diz quantas vezes.
- Apresente como se lê as potências (quadrado, cubo, quarta, etc).
- Apresente $a^n = b$.
- Faça mais um ou dois exemplos: $(4^2, 3^3)$

Concept Tests: Conceitos Iniciais

Concept Test 1: O Diagnóstico do Erro

Pergunta: O professor pediu para a turma calcular 5^2 . Pedro respondeu que o resultado era 10. Qual foi o erro de Pedro e qual é a resposta correta?

- A) **Ele multiplicou a base pelo expoente (5×2), mas o correto é multiplicar a base duas vezes ($5 \times 5 = 25$).**
- B) Ele somou a base com o expoente ($5+2$), mas o correto é multiplicar ($5 \times 2 = 10$). A resposta dele está certa, mas o motivo está errado.
- C) Ele inverteu os números fazendo 2×5 , quando o correto era fazer $5^2 = 52$.
- D) Ele não cometeu erro nenhum, 5^2 é igual a 10.

Foco Pedagógico: Avaliar se eles superaram a armadilha da multiplicação simples.

Concept Test 2: A Ordem dos Fatores Altera o Produto

Pergunta: Se compararmos os valores de 2^3 e 3^2 , podemos afirmar corretamente que:

- A) Os dois resultados são iguais a 6, pois a ordem dos números não importa.
- B) **O resultado de 3^2 (que é 9) é maior que o resultado de 2^3 (que é 8).**
- C) O resultado de 2^3 (que é 8) é maior que o resultado de 3^2 (que é 6).
- D) Os dois resultados são iguais, pois ambos dão 8.

Foco Pedagógico: Quebra a intuição de que a potenciação é comutativa (como $2 \times 3 = 3 \times 2$). Obriga o aluno a “abrir” a conta de ambos os lados mentalmente.

2. Introduzindo as Propriedades (Os Atalhos)

Roteiro de Mediação: O Problema do Material do Aluno

Agora que eles sabem o que é uma potência, eles precisam da motivação para aprender as propriedades.

- Escreva o problema na lousa: $\frac{2^{15} \times 2^{10}}{2^{23}}$
- Pergunte: “Quem quer multiplicar o número 2 quinze vezes seguidas?”, “E que tal multiplicar o número 2 vinte e três vezes seguidas?”
- Explique que para evitar tanto trabalho, existem atalhos que facilitam a nossa vida.
- Coloque a tabela de propriedades com os exemplos na lousa, explicando item por item.
- **Foco pedagógico:** O objetivo dessa apresentação é mostrar as propriedades não como regras chatas, mas como **atalhos de sobrevivência** que vão facilitar as contas.

Situação	A Regra (Propriedade)	Exemplo Prático
Multiplicação de bases iguais	$a^m \times a^n = a^{m+n}$	$2^3 \times 2^4 = 2^{3+4} = 2^7$
Divisão de bases iguais	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$\frac{5^6}{5^2} = 5^{6-2} = 5^4$
Potência de uma potência	$(a^m)^n = a^{m \times n}$	$(3^2)^4 = 3^{2 \times 4} = 3^8$
Expoente negativo	$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	$2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$

Exemplo Resolvido: Resolvendo a Potência do Material do Aluno

Problema: Vamos resolver o problema da lousa: $\frac{2^{15} \times 2^{10}}{2^{23}}$ (é o mesmo do material).

Passo a Passo (Mediação):

1. **Numerador (Multiplicação):** Mostre que o numerador pode ser resolvido usando a propriedade da multiplicação de bases, **somando** os expoentes ($15 + 10 = 25$). A parte de cima virou 2^{25} . Mostre que a propriedade só pode ser usada quando as bases são iguais.
2. **Fração inteira (Divisão):** Mostre que o que sobrou $\frac{2^{25}}{2^{23}}$ pode ser resolvido com a propriedade de divisão, **subtraindo** os expoentes ($25 - 23 = 2$). Insista que a aplicação da propriedade depende das bases serem iguais.
3. **Cálculo Final:** Mostre que após a aplicação de apenas duas propriedades, a conta que antes era assustadora ficou simples 2^2 , que dá **4**.

Concept Tests: Propriedades

Concept Test 3: Soma de Bases Iguais

Pergunta: Como podemos simplificar corretamente a expressão matemática $3^4 \times 3^2$, usando as propriedades da potenciação?

- A) 9^8
- B) 9^6
- C) 3^8
- D) 3^6

Foco Pedagógico: Mapeia dois erros comuns: multiplicar as bases ($3 \times 3 = 9$) e multiplicar os expoentes ($4 \times 2 = 8$) na hora errada. Reforça o mantra: “Conserva a base, soma o de cima”.

Concept Test 4: Potência de Potência

Pergunta: Um professor pediu para a turma calcular $(2^3)^2$. Qual é o expoente final correto para a base 2 e qual operação justifica isso?

- A) O expoente é 5, porque devemos somar $3 + 2$.
- B) **O expoente é 6, porque devemos multiplicar 3×2 .**
- C) O expoente é 9, porque devemos fazer 3^2 .
- D) O expoente é 8, porque devemos multiplicar a base pelo expoente de fora.

Foco Pedagógico: Testar se eles sabem diferenciar quando *somar* (bases separadas) e quando *multiplicar* (potência separada por parênteses). Se a quantidade de erros for grande, faça explicitamente um exemplo para mostrar a diferença entre as duas regras $(2^3 \times 2^2)$ e $(2^3)^2$.

Concept Test 5: O Fantasma do Expoente Negativo

Pergunta: Um aluno viu a conta 3^{-2} na prova e rapidamente marcou um número negativo como resposta. Qual é o verdadeiro resultado dessa conta?

- A) -9
- B) -6
- C) $\frac{1}{9}$
- D) $\frac{1}{6}$

Foco Pedagógico: O aluno precisa consolidar que o sinal negativo no expoente significa **inverter a base** (passar para o denominador), e não deixar o número com sinal negativo.

A.3 Exemplos de Questões-Teste

Nas páginas seguintes seguem exemplos de questões teste usadas no segundo e terceiro ciclo, referentes aos temas de Radiação e Conversão de Medidas.

Concept Test 4

Pergunta: Se você precisasse calcular a expressão $\sqrt[3]{\sqrt{64}}$, qual seria o atalho correto (a propriedade) para simplificar essa conta imediatamente?

- A) Somar os índices, ficando $\sqrt[5]{64}$.
- B) Multiplicar os índices, ficando $\sqrt[6]{64}$.
- C) Cancelar as duas raízes, ficando apenas 64.
- D) Dividir 64 por 3, ficando $\sqrt{21,3}$.

Concept Test 5

Pergunta: Você resolveu uma equação do vestibulinho e achou a resposta $\sqrt{20}$. Você olha nas alternativas (A, B, C, D) e esse número não está lá. Você não errou a conta! Qual alternativa abaixo é um disfarce para o $\sqrt{20}$?

- A) 10
- B) $5\sqrt{2}$
- C) $2\sqrt{5}$
- D) $4\sqrt{5}$

Concept Test 4:

Pergunta: Um aquário de vidro tem formato retangular com as medidas internas de $20\text{cm} \times 30\text{cm} \times 40\text{cm}$. Quantos Litros de água você precisa para enchê-lo completamente?

- A) 24 Litros. O volume é 24.000 cm^3 , que equivale a 24 dm^3 (Litros).
- B) 24.000 Litros. Cada cm^3 já equivale a um Litro.
- C) 240 Litros. Basta cortar dois zeros do resultado da multiplicação.
- D) É impossível saber sem que o problema forneça o peso da água.