Lista de Exercícios II

ME907 Geoestatística / MI418 Estatística Espacial

Guilherme Ludwig (gvludwig@ime.unicamp.br)

1. Considere o semi-variograma empírico

$$\hat{\gamma}_n(h_i) = \frac{1}{2|N(h_i)|} \sum_{(j_1,j_2)\in N(h_i)} (x_{j_1} - x_{j_2})^2, i = 1, \ldots, k.$$

   Mostre que $\mathbb{E}(\hat{\gamma}_n(h_i)) = \gamma(h_i)$ para todo $i = 1, \ldots, k$; isto é, mostre que o variograma empírico é o estimador de momentos do variograma teórico.

2. Leia Cressie (1993, p. 72). Em particular, se o processo que estamos estudando está contaminado por um desvio linear na média – por exemplo,

$$Y(\mathbf{s}) = \mu(\mathbf{s}) + \eta(\mathbf{s})$$

   com η estacionário, de variograma γ, mas $\mu(\mathbf{s}) = \beta_0 + \boldsymbol{\beta}^t\mathbf{s}$, qual a esperança do variograma empírico?

3. Esta questão está ligada ao conceito de *separabilidade*; mostre que se $C_1(h), \ldots, C_d(h)$ são funções positivas definidas para processos no $\mathbb{R}^1$, então $\prod_{m=1}^{d} C_m(h_m)$ é uma função positiva definida no $\mathbb{R}^d$.

4. Continuando o item anterior: encontre um exemplo que mostre que se $C_1(h), \ldots, C_d(h)$ são covariâncias estacionárias em $\mathbb{R}^1$, isso não é suficiente para que $\prod_{m=1}^{d} C_m(h)$ seja estacionária.

5. (Diggle e Ribeiro, 2007) Considere um processo unidimensional $X(t)$, $t \in \mathbb{R}$, com média μ, variância σ^2 e função de correlação $\rho(h) = \exp\{-h/\phi\}$. Defina um processo novo $R(t)$, $t \in \mathbb{R}$ através da equação

$$R(t) = \frac{1}{2\theta} \int_{t-\theta}^{t+\theta} X(u)\mathrm{d}u.$$

   Qual a média, variância e função correlação de R?