# O fluxo geodésico estendido em grupos de Lie com estruturas de Finsler de classe $C^0$ invariantes à esquerda.

Hugo Murilo Rodrigues* Ryuichi Fukuoka †

10 de junho de 2019

Seja $M$ uma variedade diferenciável e $TM$ seu fibrado tangente. Uma estrutura de Finsler de classe $C^0$ em $M$ é uma função contínua $F : TM \to \mathbb{R}$ tal que sua restrição a cada espaço tangente $T_xM$ é uma norma. Dizemos que uma estrutura de Finsler de classe $C^0$ $F$ é horizontalmente $C^1$ se para todo $x \in M$ existem: Um sistema de coordenadas $\phi = (x^1, \ldots, x^n) : U \to \mathbb{R}^n$ em $x$ (com seu sistema de coordenadas natural $\phi_{TU} := d\phi : (x^1, \ldots, x^n, y^1, \ldots, y^n) : TU \to \mathbb{R}^{2n}$ no fribrado cotangente) e uma família de campos de vetores

$$\{x \mapsto X_u(x) = (y^1(x^1, \ldots, x^n, u), \ldots, y^n(x^1, \ldots, x^n, u)); u \in S^{n-1}\}$$

tais que

1. $u \mapsto X_u(x)$ é um homeomorfismo de $S^{n-1}$ na esfera unitária de $(T_xM, F(x, \cdot))$;
2. $(x, u) \mapsto (y^1(x^1, \ldots, x^n, u), \ldots, y^n(x^1, \ldots, x^n, u))$ é continua;
3. $(x, u) \mapsto (\frac{\partial y^1}{\partial x^i}(x^1, \ldots, x^n, u), \ldots, \frac{\partial y^n}{\partial x^i}(x^1, \ldots, x^n, u))$ é contínua para todo $i = 1, \ldots, n$.

Sobre o fibrado cotangente de $M$ definimos o fluxo geodésico estendido, cujas trajetórias contém as geodésicas da variedade.

Mostraremos que as normas fortemente convexas e invariantes à esquerda em grupos de lie são horizontalmente $C^1$. Além disso, seu fluxo geodésico estendido é localmente Lipschitz.

*hugo_murilo@hotmail.com.
†ryuichifukuoka1@gmail.com.

# Referências

[1] Boltyanskii, V.G.; Gamkreldze, R.V.; Mishchenko, E. F.; Pontryagin, L.S. *The Mathematical Theory of Optimal Processes*, Gordon and Breach Science Publishers, New York, 1986.

[2] Agrachev, A.A.; Sachkov Y.l. *Control Theory from the Geometric Viewpoint*, Springer, Moscow, 2004.

[3] Rockafellar, R.T. *Convex Analysis*, Princeton University Press, Princeton, 1970.