

Geometria Quase-Riemanniana Sobre Grupos de Lie

Danilo Andrés García Hernández

June 10, 2019

Abstract

In this work we present an almost-Riemannian structure (ARS in short) on a n -dimensional differential manifold can be defined, at least locally, by a set of n vector fields, that degenerate on some singular set, this set is called the singular locus, we define an ARS on a n -dimensional Lie group by n left-invariant or affine vector fields the rank of which is equal to n on a proper open and dense subset and that satisfy the rank condition, we study the singular locus, that is the set of points where the vector fields fail to be independent, in fact it is an analytic set, but not a subgroup, not even a submanifold in general, then we establish sufficient conditions for the singular locus to be a submanifold or a subgroup. We compute The Hamiltonian equations of the PMP. In simple ARS, we study the singular locus of nonnilpotent solvable low-dimensional Lie groups

Resumo

Neste trabalho mostraremos que uma estrutura quase riemanniana (ARS) sobre uma variedade diferenciável de dimensão n pode ser definida, ao menos localmente, por um conjunto de n campos vetoriais, que se degeneram em algum conjunto singular, este conjunto é chamado de locus singular. Em especial definiremos um ARS sobre um grupo de Lie de dimensão n , como sendo n campos vetoriais invariantes à esquerda ou campos vetoriais afins com posto igual a n num subconjunto próprio aberto e denso o qual satisfaz a condição do posto de Lie. A partir disso estudaremos o locus singular, o qual é o conjunto de pontos onde os campos vetoriais deixam de ser independentes, o locus singular de fato é um conjunto analítico, mas em geral não é uma subvariedade nem subgrupo, então estabeleceremos condições suficientes para que o locus singular torne-se uma subvariedade ou um subgrupo. Calcularemos as equações Hamiltonianas do PMP. Em ARS simples estudamos o locus singular dos grupos de Lie solúvel não nilpotente de dimensão baixa.

References

- [Ayala] V. Ayala and P. Jouan. *Almost-Riemannian geometry on Lie groups.*, SIAM Journal on Control and Optimization, 54(5):2919–2947, (2016)
- [Dagh] Danilo G. Hernández. *Geometria Quase-Riemanniana Sobre Grupos de Lie.*, Dissertação de Mestrado em Matemática, Unicamp (2018)
- [Da Silva] V. Ayala and A. Da Silva. *On the characterization of the controllability property for linear control systems on nonnilpotent, solvable three-dimensional lie groups.*, (2018)