MA-141 GEOMETRIA ANALÍTICA,

TURMA G - 1º PERÍODO DE 2007

Vetores e Produto Vetorial

1 VETORES

Questão 1. Em cada caso abaixo siga as instruções para encontrar o ponto pedido do espaço.
a) Encontre o ponto Q tal que o vetor com origem no ponto $P = (1, 0, 1)$ e com extremidade em Q tenha norma, direção e sentido iguais ao vetor que tem origem no ponto $O = (0, 0, 0)$ e extremidade no ponto $(1, -2, 1)$.
b) Q é a extremidade de um vetor com origem no ponto médio do segmento que liga os pontos $P_1 = (1, 1, 3)$ e $P_2 = (-1, 1, 1)$ e tem norma, direção e sentido do vetor $v = (-1, 0, 1)$.

Questão 2. Verifique se os vetores abaixo são linearmente independentes (l.i.).
a) $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, e $\overrightarrow{BC}$, onde $A = (1, 0, 1)$, $B = (2, 2, 0)$ e $C = (0, -2, 2)$. Interprete geometricamente o resultado obtido.
b) Fazer o mesmo exercício com os pontos $P = (0, 1, -1)$, $Q = (1, 2, 0)$ e $R = (0, 2, 1)$.

Questão 3. Para os pontos $A = (1, 0, 1)$, $B = (-1, 1, 1)$ e $C = (0, 1, 2)$:
a) determine o ponto D tal que A,B,C e D sejam os vértices consecutivos de um paralelogramo
b) Determine o ponto médio entre A e C e o ponto médio entre B e D.

Questão 4. a) Demonstre que não existe x tal que os vetores $\boldsymbol{v} = (x, 2, 3)$ e $\boldsymbol{u} = (x, -2, 3)$ sejam perpendiculares.
b) Encontre o ângulo entre os vetores $\boldsymbol{u} = (2, 1, 0)$ e $\boldsymbol{v} = (0, 1, -1)$ e também o ângulo entre $\boldsymbol{w} = (1, 1, 1)$ e $\boldsymbol{z} = (0, -2, -2)$.

2 PRODUTO VETORIAL E PRODUTO MISTO

Questão 5. a) Determine, se existir, os valores de x para que o vetor $\boldsymbol{v} = x\vec{i} + 6\vec{k}$ seja paralelo ao produto vetorial de $\boldsymbol{w} = \vec{i} + x\vec{j} + 2\vec{k}$ por $\boldsymbol{u} = 2\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$

b) Determine x para que os pontos $A = (x, 1, 2)$ $B = (2, -2, -3)$ $C = (5, -1, 1)$ e $D = (3, -2, -2)$ sejam coplanares.

Questão 6. Encontre o volume do paralelepípedo determinado pelos vetores $\boldsymbol{u}$, $\boldsymbol{v}$ e $\boldsymbol{w}$ nos seguintes casos:
a) Dados os pontos $A = (1, 3, 4)$, $B = (3, 5, 3)$, $C = (2, 1, 6)$ e $D = (2, 2, 5)$ tome $u = \overrightarrow{AB}$, $v = \overrightarrow{AC}$ e $w = \overrightarrow{AD} = (1, 3, 4)$.
b) $\boldsymbol{u} = \vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}$, $\boldsymbol{v} = 2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ e $\boldsymbol{w} = \vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$.

Questão 7. Sejam $\boldsymbol{u}$ e $\boldsymbol{v}$ vetores no espaço. Mostre que

a) $(\boldsymbol{u} + \boldsymbol{v}) \times (\boldsymbol{u} - \boldsymbol{v}) = 2\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{u}$

b) Se $\boldsymbol{u} \times \boldsymbol{v}$ é não nulo e $\boldsymbol{w}$ é um vetor qualquer no espaço, então existem números reais a, b e c tais que $\boldsymbol{w} = a(\boldsymbol{u} \times \boldsymbol{v}) + b\boldsymbol{u} + c\boldsymbol{v}$.

c) Se $\boldsymbol{u} \times \boldsymbol{v}$ é não nulo e $\boldsymbol{u}$ é ortogonal a $\boldsymbol{v}$ então $\boldsymbol{u} \times (\boldsymbol{u} \times \boldsymbol{v})$ é paralelo a $\boldsymbol{v}$.

Questão 8. Responda com falso ou verdadeiro a cada uma das afirmações abaixo. Certifique-se de sabe justifiacar sua resposta.

a) Se u, v e w são vetores no espaço, com v não nulo e $v \times u = v \times w$ então $u = w$

b) Se u, v e w são vetores no espaço então: $\mid u.(v \times w) \mid = \mid v.(u \times w) \mid = \mid w.(v \times u) \mid = \mid v.(w \times u) \mid$

c) Se u, v e w são vetores no espaço então $u \times (v \times w) = (u \times v) \times w$.

d) Se u, v e w são vetores no espaço, u é não nulo e $u \times v = u \times w = \vec{0}$ então $v \times w = \vec{0}$.