

Anagramas usando funções geradoras



Dado o seguinte conjunto de 6 elementos :



*de quantas maneiras podemos escolher
subconjuntos diferentes de 3 elementos?*

Dado o seguinte conjunto de 6 elementos :



*de quantas maneiras podemos escolher
subconjuntos diferentes de 3 elementos?*

*calculamos eles antes de forma direta
e depois usando funções geradoras*

Dado o seguinte conjunto de 6 elementos :



*de quantas maneiras podemos escolher
subconjuntos diferentes de 3 elementos?*

*calculamos eles antes de forma direta
e depois usando funções geradoras*



Dado o seguinte conjunto de 6 letras :

A A A B B C

*de quantas maneiras podemos escolher
subconjuntos diferentes de 3 letras?*

Dado o seguinte conjunto de 6 letras :

A A A B B C

*de quantas maneiras podemos escolher
subconjuntos diferentes de 3 letras?*

*calculamos eles antes de forma direta
e depois usando funções geradoras*

A A A * A A B * A A C

A B B * A B C * B B C

Dado o seguinte conjunto de 6 letras :

A A A B B C

*de quantas maneiras podemos escolher
subconjuntos diferentes de 3 letras?*

*calculamos eles antes de forma direta
e depois usando funções geradoras*

**A A A * A A B * A A C
A B B * A B C * B B C**

resposta: 6

Dado o seguinte conjunto de 6 letras :

A A A B B C

de quantas maneiras podemos escolher
subconjuntos diferentes de 3 letras?

calculamos eles antes de forma direta
e depois usando funções geradoras

A A A * A A B * A A C
A B B * A B C * B B C

resposta: 6

quantos anagramas?

Dado o seguinte conjunto de 6 letras :

A A A B B C

de quantas maneiras podemos escolher
subconjuntos diferentes de 3 letras?

calculamos eles antes de forma direta
e depois usando funções geradoras

A A A * A A B * A A C
A B B * A B C * B B C

resposta: 6

quantos anagramas?

A A A * (1) * A A B * (3) * A A C * (3)
A B B * (3) * A B C * (6) * B B C * (3)

Dado o seguinte conjunto de 6 letras :

A A A B B C

de quantas maneiras podemos escolher
subconjuntos diferentes de 3 letras?

calculamos eles antes de forma direta
e depois usando funções geradoras

A A A * A A B * A A C
A B B * A B C * B B C

resposta: 6

quantos anagramas?

A A A * (1) * A A B * (3) * A A C * (3)
A B B * (3) * A B C * (6) * B B C * (3)

resposta: 19

Usaremos agora as funções geradoras

Usaremos agora as funções geradoras

$$A : \{0, 1, 2, 3\} \rightarrow 1 + x + x^2 + x^3$$

Usaremos agora as funções geradoras

$$A : \{0, 1, 2, 3\} \rightarrow 1 + x + x^2 + x^3$$

$$B : \{0, 1, 2\} \rightarrow 1 + x + x^2$$

Usaremos agora as funções geradoras

$$A: \{0, 1, 2, 3\} \rightarrow 1 + x + x^2 + x^3$$

$$B: \{0, 1, 2\} \rightarrow 1 + x + x^2$$

$$C: \{0, 1\} \rightarrow 1 + x$$

Usaremos agora as funções geradoras

$$A: \{0, 1, 2, 3\} \rightarrow 1 + x + x^2 + x^3$$

$$B: \{0, 1, 2\} \rightarrow 1 + x + x^2$$

$$C: \{0, 1\} \rightarrow 1 + x$$

multiplicando as funções geradoras teremos

Usaremos agora as funções geradoras

$$A: \{0, 1, 2, 3\} \rightarrow 1 + x + x^2 + x^3$$

$$B: \{0, 1, 2\} \rightarrow 1 + x + x^2$$

$$C: \{0, 1\} \rightarrow 1 + x$$

multiplicando as funções geradoras teremos

$$BC: 1 + 2x + 2x^2 + x^3$$

Usaremos agora as funções geradoras

$$A: \{0, 1, 2, 3\} \rightarrow 1 + x + x^2 + x^3$$

$$B: \{0, 1, 2\} \rightarrow 1 + x + x^2$$

$$C: \{0, 1\} \rightarrow 1 + x$$

multiplicando as funções geradoras teremos

$$BC: 1 + 2x + 2x^2 + x^3$$

$$ABC: 1 + 3x + 5x^2 + 6x^3 + 5x^4 + 3x^5 + x^6$$

Usaremos agora as funções geradoras

$$A: \{0, 1, 2, 3\} \rightarrow 1 + x + x^2 + x^3$$

$$B: \{0, 1, 2\} \rightarrow 1 + x + x^2$$

$$C: \{0, 1\} \rightarrow 1 + x$$

multiplicando as funções geradoras teremos

$$BC: 1 + 2x + 2x^2 + x^3$$

$$ABC: 1 + 3x + 5x^2 + 6x^3 + 5x^4 + 3x^5 + x^6$$

subconjuntos diferentes de

0 letras : 1 * 1 letra : 3 * 2 letras : 5 * 3 letras : 6

6 letras : 1 * 5 letras : 3 * 4 letras : 5

Usaremos agora as funções geradoras

$$A: \{0, 1, 2, 3\} \rightarrow 1 + x + x^2 + x^3$$

$$B: \{0, 1, 2\} \rightarrow 1 + x + x^2$$

$$C: \{0, 1\} \rightarrow 1 + x$$

multiplicando as funções geradoras teremos

$$BC: 1 + 2x + 2x^2 + x^3$$

$$ABC: 1 + 3x + 5x^2 + 6x^3 + 5x^4 + 3x^5 + x^6$$

subconjuntos diferentes de

0 letras : 1 * 1 letra : 3 * 2 letras : 5 * 3 letras : 6

6 letras : 1 * 5 letras : 3 * 4 letras : 5

como calcular os anagramas em cada grupo ?

Funções geradoras e anagramas

Funções geradoras e anagramas

$$A : \{0, 1, 2, 3\} \rightarrow 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!}$$

$$B : \{0, 1, 2\} \rightarrow 1 + x + \frac{x^2}{2!}$$

$$C : \{0, 1\} \rightarrow 1 + x$$

Funções geradoras e anagramas

$$A : \{0, 1, 2, 3\} \rightarrow 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!}$$

$$B : \{0, 1, 2\} \rightarrow 1 + x + \frac{x^2}{2!}$$

$$C : \{0, 1\} \rightarrow 1 + x$$

multiplicando as funções geradoras teremos

Funções geradoras e anagramas

$$A: \{0, 1, 2, 3\} \rightarrow 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!}$$

$$B: \{0, 1, 2\} \rightarrow 1 + x + \frac{x^2}{2!}$$

$$C: \{0, 1\} \rightarrow 1 + x$$

multiplicando as funções geradoras teremos

$$ABC: 1 + 3x + 4x^2 + \frac{19}{6}x^3 + \frac{19}{12}x^4 + \frac{1}{2}x^5 + \frac{1}{12}x^6$$

Funções geradoras e anagramas

$$A: \{0, 1, 2, 3\} \rightarrow 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!}$$

$$B: \{0, 1, 2\} \rightarrow 1 + x + \frac{x^2}{2!}$$

$$C: \{0, 1\} \rightarrow 1 + x$$

multiplicando as funções geradoras teremos

$$ABC: 1 + 3x + 4x^2 + \frac{19}{6}x^3 + \frac{19}{12}x^4 + \frac{1}{2}x^5 + \frac{1}{12}x^6$$

???

Funções geradoras e anagramas

$$A: \{0, 1, 2, 3\} \rightarrow 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!}$$

$$B: \{0, 1, 2\} \rightarrow 1 + x + \frac{x^2}{2!}$$

$$C: \{0, 1\} \rightarrow 1 + x$$

multiplicando as funções geradoras teremos

$$ABC: 1 + 3x + 4x^2 + \frac{19}{6}x^3 + \frac{19}{12}x^4 + \frac{1}{2}x^5 + \frac{1}{12}x^6$$

???

$$ABC: 1 + 3x + 4 \cdot 2! \frac{x^2}{2!} + \frac{19}{6} 3! \frac{x^3}{3!} + \frac{19}{12} 4! \frac{x^4}{4!} + \frac{1}{2} 5! \frac{x^5}{5!} + \frac{1}{12} 6! \frac{x^6}{6!}$$

Funções geradoras e anagramas

$$A: \{0, 1, 2, 3\} \rightarrow 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!}$$

$$B: \{0, 1, 2\} \rightarrow 1 + x + \frac{x^2}{2!}$$

$$C: \{0, 1\} \rightarrow 1 + x$$

multiplicando as funções geradoras teremos

$$ABC: 1 + 3x + 4x^2 + \frac{19}{6}x^3 + \frac{19}{12}x^4 + \frac{1}{2}x^5 + \frac{1}{12}x^6$$

???

$$ABC: 1 + 3x + 4 \cdot 2! \frac{x^2}{2!} + \frac{19}{6} 3! \frac{x^3}{3!} + \frac{19}{12} 4! \frac{x^4}{4!} + \frac{1}{2} 5! \frac{x^5}{5!} + \frac{1}{12} 6! \frac{x^6}{6!}$$

$$ABC: 1 + 3x + 8 \frac{x^2}{2!} + 19 \frac{x^3}{3!} + 38 \frac{x^4}{4!} + 60 \frac{x^5}{5!} + 60 \frac{x^6}{6!}$$

A A A B B C

função geradora grupos:

$$1 + 3x + 5x^2 + 6x^3 + 5x^4 + 3x^5 + x^6$$

função geradora anagramas:

$$1 + 3x + 8 \frac{x^2}{2!} + 19 \frac{x^3}{3!} + 38 \frac{x^4}{4!} + 60 \frac{x^5}{5!} + 60 \frac{x^6}{6!}$$

A A A B B C

função geradora grupos:

$$1 + 3x + 5x^2 + 6x^3 + 5x^4 + 3x^5 + x^6$$

função geradora anagramas:

$$1 + 3x + 8 \frac{x^2}{2!} + 19 \frac{x^3}{3!} + 38 \frac{x^4}{4!} + 60 \frac{x^5}{5!} + 60 \frac{x^6}{6!}$$

controlamos com cálculo direto

A A A B B C

função geradora grupos:

$$1 + 3x + 5x^2 + 6x^3 + 5x^4 + 3x^5 + x^6$$

função geradora anagramas:

$$1 + 3x + 8 \frac{x^2}{2!} + 19 \frac{x^3}{3!} + 38 \frac{x^4}{4!} + 60 \frac{x^5}{5!} + 60 \frac{x^6}{6!}$$

controlamos com cálculo direto

$$1 \text{ letra} * \{A(1), B(1), C(1)\} * \{3, 3\}$$

A A A B B C

função geradora grupos:

$$1 + 3x + 5x^2 + 6x^3 + 5x^4 + 3x^5 + x^6$$

função geradora anagramas:

$$1 + 3x + 8 \frac{x^2}{2!} + 19 \frac{x^3}{3!} + 38 \frac{x^4}{4!} + 60 \frac{x^5}{5!} + 60 \frac{x^6}{6!}$$

controlamos com cálculo direto

$$1 \text{ letra} * \{A(1), B(1), C(1)\} * \{3, 3\}$$

$$2 \text{ letras} * \{AA(1), AB(2), AC(2), BB(1), BC(2)\} * \{5, 8\}$$

A A A B B C

função geradora grupos:

$$1 + 3x + 5x^2 + 6x^3 + 5x^4 + 3x^5 + x^6$$

função geradora anagramas:

$$1 + 3x + 8 \frac{x^2}{2!} + 19 \frac{x^3}{3!} + 38 \frac{x^4}{4!} + 60 \frac{x^5}{5!} + 60 \frac{x^6}{6!}$$

controlamos com cálculo direto

$$1 \text{ letra} * \{A(1), B(1), C(1)\} * \{3, 3\}$$

$$2 \text{ letras} * \{AA(1), AB(2), AC(2), BB(1), BC(2)\} * \{5, 8\}$$

$$3 \text{ letras} * \{AAA(1), AAB(3), AAC(3), ABB(3), ABC(6), BBC(3)\} * \{6, 19\}$$

A A A B B C

função geradora grupos:

$$1 + 3x + 5x^2 + 6x^3 + 5x^4 + 3x^5 + x^6$$

função geradora anagramas:

$$1 + 3x + 8 \frac{x^2}{2!} + 19 \frac{x^3}{3!} + 38 \frac{x^4}{4!} + 60 \frac{x^5}{5!} + 60 \frac{x^6}{6!}$$

controlamos com cálculo direto

$$1 \text{ letra} * \{A(1), B(1), C(1)\} * \{3, 3\}$$

$$2 \text{ letras} * \{AA(1), AB(2), AC(2), BB(1), BC(2)\} * \{5, 8\}$$

$$3 \text{ letras} * \{AAA(1), AAB(3), AAC(3), ABB(3), ABC(6), BBC(3)\} * \{6, 19\}$$

$$4 \text{ letras} * \{AAAB(4), AAAC(4), AABB(6), AABC(12), ABBC(12)\} * \{5, 38\}$$

A A A B B C

função geradora grupos:

$$1 + 3x + 5x^2 + 6x^3 + 5x^4 + 3x^5 + x^6$$

função geradora anagramas:

$$1 + 3x + 8 \frac{x^2}{2!} + 19 \frac{x^3}{3!} + 38 \frac{x^4}{4!} + 60 \frac{x^5}{5!} + 60 \frac{x^6}{6!}$$

controlamos com cálculo direto

$$1 \text{ letra} * \{A(1), B(1), C(1)\} * \{3, 3\}$$

$$2 \text{ letras} * \{AA(1), AB(2), AC(2), BB(1), BC(2)\} * \{5, 8\}$$

$$3 \text{ letras} * \{AAA(1), AAB(3), AAC(3), ABB(3), ABC(6), BBC(3)\} * \{6, 19\}$$

$$4 \text{ letras} * \{AAAB(4), AAAC(4), AABB(6), AABC(12), ABBC(12)\} * \{5, 38\}$$

$$5 \text{ letras} * \{AAABB(19), AAABC(20), AABBC(30)\} * \{3, 60\}$$

A A A B B C

função geradora grupos:

$$1 + 3x + 5x^2 + 6x^3 + 5x^4 + 3x^5 + x^6$$

função geradora anagramas:

$$1 + 3x + 8 \frac{x^2}{2!} + 19 \frac{x^3}{3!} + 38 \frac{x^4}{4!} + 60 \frac{x^5}{5!} + 60 \frac{x^6}{6!}$$

controlamos com cálculo direto

$$1 \text{ letra} * \{A(1), B(1), C(1)\} * \{3, 3\}$$

$$2 \text{ letras} * \{AA(1), AB(2), AC(2), BB(1), BC(2)\} * \{5, 8\}$$

$$3 \text{ letras} * \{AAA(1), AAB(3), AAC(3), ABB(3), ABC(6), BBC(3)\} * \{6, 19\}$$

$$4 \text{ letras} * \{AAAB(4), AAAC(4), AABB(6), AABC(12), ABBC(12)\} * \{5, 38\}$$

$$5 \text{ letras} * \{AAABB(19), AAABC(20), AABBC(30)\} * \{3, 60\}$$

$$6 \text{ letras} * \{AABBC(60)\} * \{1, 60\}$$