

# Combinandos 3 letras a partir do conjunto AAA BB C

AAA AAB AAC ABB ABC BBC

1/6

RESPONDER QUE A PROBABILIDADE É SERIA ERRADO PORQUE PARA COMBINAÇÃO DE LETRAS TEREMOS UM DIFERENTE NÚMERO DE ANAGRAMAS

AAA

AAB

AAC

ABB

ABC

BBC

ABA

ACA

BAB

ACB

BCB

BAA

CAA

BBA

BAC

CBB

BCA

CAB

CBA

$$\frac{3!}{3!} = 1$$

$$\frac{3!}{2!} = 3$$

$$\frac{3!}{2!} = 3$$

$$\frac{3!}{2!} = 3$$

$$3! = 6$$

$$3! = 3$$

PROBABILIDADE SERIA 3/19

QUAL SERIA A PROBABILIDADE DE OBTER 2 LETRAS A E 1 LETRA B NA SEQUÊNCIA AAB?

CLARAMENTE QUALQUER ANAGRAMA 3 LETRAS TERIA A PROBABILIDADE DE 1/19 !!!

TENTAREMOS RESOLVER O PROBLEMA, NÃO ELEN-  
CAVIMOS TODAS AS POSSIBILIDADES, UTILIZANDO O  
CONCEITO DE FUNÇÃO GERADORA

LETRA A PODE APARECER 0, 1, 2, 3  
B 0, 1, 2  
C 0, 1

INTRODUZIMOS POLINÔMIOS USANDO COMO  
POTÊNCIA EXATAMENTE OS NÚMEROS  
QUE REPRESENTAM AS LETRAS





$$\begin{array}{lcl} A : & x^0 + x^1 + x^2 + x^3 & = 1 + x + x^2 + x^3 \\ B : & x^0 + x^1 + x^2 & = 1 + x + x^2 \\ C : & x^0 + x^1 & = 1 + x \end{array}$$

FUNÇÃO GERADORA DA POSSÍVEIS COMBINAÇÕES DE LETRAS SERIA

$$\begin{aligned} & (1+x+x^2+x^3)(1+x+x^2)(1+x) \\ & (1+x+x^2+x^3)(1+x+x+x^2+x^2+x^3) \\ & (1+x+x^2+x^3)(1+2x+2x^2+x^3) \\ & 1 + 2x + 2x^2 + x^3 \\ & \quad + x + 2x^2 + 2x^3 + x^4 \\ & \quad \quad + x^2 + 2x^3 + 2x^4 + x^5 \\ & \quad \quad \quad + x^3 + 2x^4 + 2x^5 + x^6 \end{aligned}$$

$$1 + 3x + 5x^2 + 6x^3 + 5x^4 + 3x^5 + x^6$$

GERA A SOLUÇÃO PARA QUALQUER PROBLEMA QUE UTILIZA O CONJUNTO DE LETRAS AAABBC

|                   |     |                                |
|-------------------|-----|--------------------------------|
| 1 LETRA           | : 3 | A, B, C ✓                      |
| COEFICIENTE $x^1$ |     |                                |
| 2 LETRAS          | : 5 | AA, AB, AC, BB, BC ✓           |
| COEFICIENTE $x^2$ |     |                                |
| 3 LETRAS          | : 6 | AAA, AAB, AAC, ABC, BBC ✓      |
| COEFICIENTE       |     |                                |
| 4 LETRAS          | : 5 | AAAB, AAAC, AABB, AAAC, ABBC ✓ |
| COEFICIENTE $x^4$ |     |                                |
| 5 LETRAS          | : 3 | AAABB, AAABC, AABBC ✓          |
| COEFICIENTE $x^5$ |     |                                |
| 6 LETRAS          | : 1 | AAABBC ✓                       |
| COEFICIENTE $x^6$ |     |                                |

**ABB**





# COMO CALCULAR ANAGRAMAS ?

INTRODUZINDO O FATORIAL

$$A: 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!}$$

$$B: 1 + x + \frac{x^2}{2!}$$

$$C: 1 + x$$

## FUNÇÃO GERADORA DOS POSSÍVEIS ANAGRAMAS SÉRIA

$$\left(1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!}\right) \left(1 + x + \frac{x^2}{2!}\right) (1 + x)$$

$$\left(1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6}\right) \left(1 + x + x + x^2 + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{2}\right)$$

$$\left(1 + 2x + \frac{3}{2}x^2 + \frac{1}{2}x^3\right)$$

$$1 + 2x + \frac{3}{2}x^2 + \frac{1}{2}x^3$$

$$x + 2x^2 + \frac{3}{2}x^3 + \frac{1}{2}x^4$$

$$\frac{x^2}{2} + x^3 + 3x^4 + \frac{x^5}{4}$$

$$\frac{x^3}{6} + \frac{1}{3}x^4 + \frac{1}{4}x^5 + \frac{x^6}{12}$$

O  
CALCULO  
FATORIAL

CONSELHO DE MONTAR A SEGUINTE TABELA

|                  | 1 | x | x <sup>2</sup> | x <sup>3</sup> | x <sup>4</sup>  | x <sup>5</sup> | x <sup>6</sup> |
|------------------|---|---|----------------|----------------|-----------------|----------------|----------------|
| 1                | 1 | 2 | $\frac{3}{2}$  | $\frac{1}{2}$  |                 |                |                |
| x                |   | 1 | 2              | $\frac{3}{2}$  | $\frac{1}{2}$   |                |                |
| $\frac{1}{2}x^2$ |   |   | $\frac{1}{2}$  | 1              | $\frac{3}{4}$   | $\frac{1}{4}$  |                |
| $\frac{1}{6}x^3$ |   |   |                | $\frac{1}{6}$  | $\frac{1}{3}$   | $\frac{1}{4}$  | $\frac{1}{12}$ |
|                  | 1 | 3 | 4              | $\frac{19}{6}$ | $\frac{19}{12}$ | $\frac{1}{2}$  | $\frac{1}{12}$ |

SÉRIE DE POTÊNCIAS EM FATORIAIS

0! 1! 2! 3! 4! 5! 6!





# ANAGRAMAS DE

1 LETRA  $3 \cdot 1! = 3$

A, B, C

2 LETRAS  $4 \cdot 2! = 8$

|    |   |         |
|----|---|---------|
| AA | 1 | $2!/2!$ |
| AB | 2 | $2!$    |
| AC | 2 | $2!$    |
| BA | 1 | $2!/2!$ |
| BC | 2 | $2!$    |

3 LETRAS 19 JÁ VISTO ANTES !!!

4 LETRAS  $\frac{19}{12} 4! = 38$

|      |           |    |
|------|-----------|----|
| AAAB | $4!/3!$   | 4  |
| AAAC | $4!/3!$   | 4  |
| AABB | $4!/2!2!$ | 6  |
| AABC | $4!/2!$   | 12 |
| ABBC | $4!/2!$   | 12 |

5 LETRAS  $\frac{1}{2} 5! = 60$

|       |           |    |
|-------|-----------|----|
| AAABB | $5!/3!2!$ | 10 |
| AAABC | $5!/3!$   | 20 |
| AABBC | $5!/2!2!$ | 30 |

6 LETRAS  $\frac{1}{12} 6! = 60$

AAABBC  $6!/3!2!$  60

É INTERESSANTE OBSERVAR QUE ALÉM DE TER RESOLVIDOS TODOS OS POSSÍVEIS PROBLEMAS

EX. QUAL A POSSIBILIDADE NUMA EXTRAÇÃO DE 4 LETRAS OBTIVER 2 LETRAS A 2 LETRAS B?

RES.  $6/38$

A PROBABILIDADE NUMA EXTRAÇÃO DE 5 LETRAS OBTIVER 2 LETRAS A 2 LETRAS B 1 C?

RES.  $30/60$

ETC.

PODEREMOS TAMBÉM IMPOR REPERIÇÕES  
POR EXEMPLO CONSIDERANDO SOMENTE OS CONJUNTOS COM  
PELO MENOS 2 LETRAS A





FUNÇÃO GERADORA DAS POSSÍVEIS COMBINAÇÕES

$$(x^2 + x^3)(1 + x + x^2)(1 + x)$$

FUNÇÃO GERADORA DOS POSSÍVEIS ANAGRAMAS

$$\left(\frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!}\right)\left(1 + x + \frac{x^2}{2!}\right)(1 + x)$$

$$(x^2 + x^3)(1 + 2x + 2x^2 + x^3) = x^2 + 2x^3 + 2x^4 + x^5 + x^3 + 2x^4 + 2x^5 + x^6$$

$$x^2 + 3x^3 + 4x^4 + 3x^5 + x^6$$

2 LETRAS: AA      3 LETRAS: AAA, AAB, AAC ✓  
 4 LETRAS: AAAB, AAAC, AABB, AABC ✓  
 5 LETRAS: AAABB, AAABC, AABBC ✓  
 6 LETRAS: AAABBC ✓

$$\left(\frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6}\right)\left(1 + 2x + \frac{3}{2}x^2 + \frac{1}{2}x^3\right)$$

TABELA

|                    | 1  | x  | x <sup>2</sup> | x <sup>3</sup> | x <sup>4</sup> | x <sup>5</sup> | x <sup>6</sup> |
|--------------------|----|----|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
|                    | 1  | 2  | 3/2            | 1/2            |                |                |                |
| 1/2 x <sup>2</sup> | 0  | 0  | 1/2            | 1              | 3/4            | 1/4            |                |
| 1/6 x <sup>3</sup> | 0  | 0  |                | 1/6            | 1/3            | 1/4            | 1/12           |
|                    | 0  | 0  | 1/2            | 1              | 1/2            | 1/2            | 1/2            |
| x                  | 0! | 1! | 2!             | 3!             | 4!             | 5!             | 6!             |
|                    |    |    | 1              | 7              | 26             | 60             | 60             |





2 LETRAS : 4

$$AA \quad 2!/2! = 1$$

3 LETRAS : 7

$$AAA \quad 3!/3! = 1$$

$$AAB \quad 3!/2! = 3$$

$$AAC \quad 3!/2! = 3$$

4 LETRAS : 14

$$AAAB \quad 4!/3! = 4$$

$$AABB \quad 4!/2!2! = 6$$

$$AABC \quad 4!/2! = 12$$

$$AAAC \quad 4!/3! = 4$$

5, 6 LETRAS NÃO MUDA COM RESPEITO AO EXERCÍCIO ANTERIOR

