

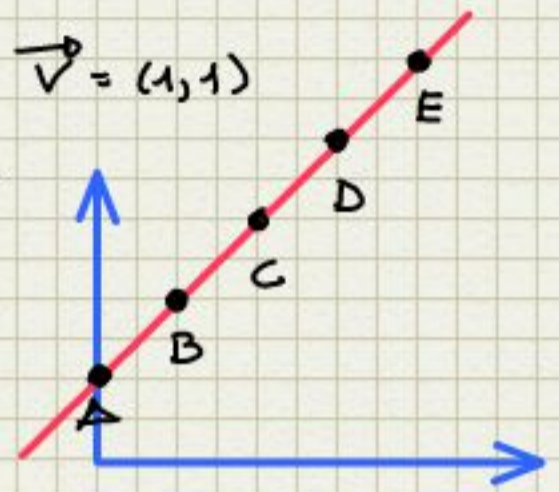
Equações paramétricas e cartesianas da reta no plano e no espaço

$$P = P_0 + r \vec{V}$$

EQ. PARAMÉTRICA

ex. no plano $P_0 = (1, 2)$ $\vec{V} = (1, 1)$
 parâmetro $r = -1, 0, 1, 2, 3, \dots$

A : $(1, 2) - (1, 1) = (0, 1)$
 B : $(1, 2)$
 C : $(1, 2) + (1, 1) = (2, 3)$
 D : $(1, 2) + (2, 2) = (3, 4)$
 E : $(1, 2) + (3, 3) = (4, 5)$



EQ. CARTESIANA DA RETA NO PLANO

$$\frac{x - x_0}{v_x} = \frac{y - y_0}{v_y}$$

se $v_x = 0$ $x = x_0$
 se $v_y = 0$ $y = y_0$

$P_0 = (1, 2)$ $\vec{V} = (1, 1)$

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} \Rightarrow y = x + 1$$

EQ. CARTESIANAS DA RETA NO ESPAÇO

$$\frac{x - x_0}{v_x} = \frac{y - y_0}{v_y} = \frac{z - z_0}{v_z}$$

$P_0 = (1, 2, 3)$
 $\vec{V} = (2, 1, 1)$

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{1}$$

PLANO 1 PLANO 2

Importante observar que podemos encontrar infinitas duplas de planos que representam a mesma reta!

$$\vec{n} = (a, b, c)$$



$$\vec{P_0P} = (x - x_0, y - y_0, z - z_0)$$

$$\vec{n} \cdot \vec{P_0P} = 0$$

$$ax + by + cz = ax_0 + by_0 + cz_0$$

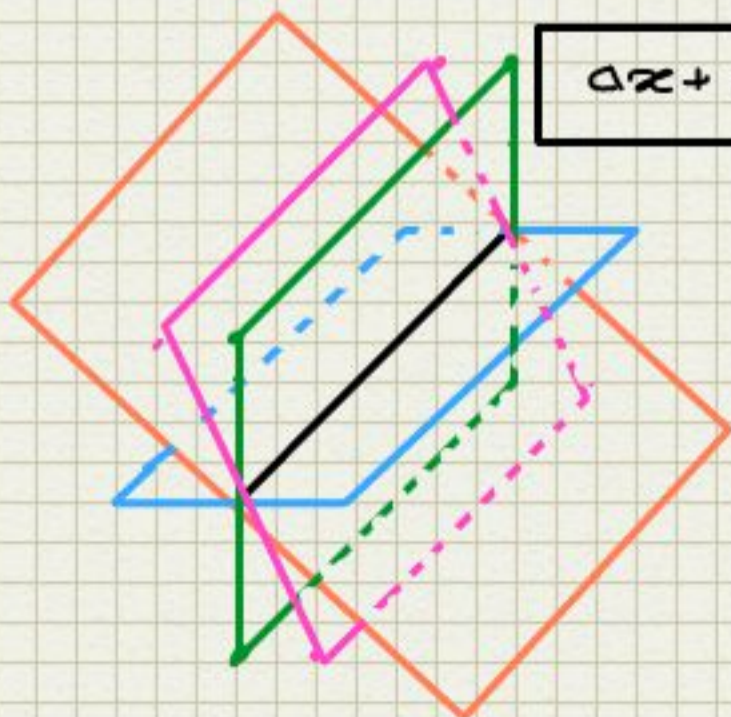
EXEMPLO : ENCONTRAR DUAS REP. CARTESIANA DA RETA

$$(1, 0, 1) + r(2, 1, 1)$$

1º PASSO ENCONTRAR DIFERENTES VETORES PERPENDICULARES A $(2, 1, 1)$

EX. $(1, 0, -2) * (0, 1, -1)$

$(1, -2, 0) * (1, -1, -1)$



2º PASSO CONSTRUIR OS PLANOS

$$ax + by + cz = ax_0 + by_0 + cz_0$$

$$P_0 = (1, 0, 1)$$

$$(a, b, c) : (1, 0, -2)$$

$$(0, 1, -1)$$

$$(1, -2, 0)$$

$$(1, -1, -1)$$

$$x - 2z = -1$$

$$y - z = -1$$

$$x - 2y = 1$$

$$x - y - z = 0$$

π_1
 π_2
 π_3
 π_4

$$\left\{ \begin{matrix} \pi_1 \\ \pi_2 \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} \pi_1 \\ \pi_3 \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} \pi_1 \\ \pi_4 \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} \pi_2 \\ \pi_3 \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} \pi_2 \\ \pi_4 \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} \pi_3 \\ \pi_4 \end{matrix} \right\}$$

REPRESENTAM DIFERENTES EQ. CARTESIANAS DA MESMA RETA!

Exercícios

$$\begin{cases} x = y + 2 \\ z = x + 1 \end{cases}$$



EQ. PARAMÉTRICA?

$$z = x$$

$$x + 1 = z \Rightarrow x = z - 1$$

$$x = y + 2 \Rightarrow z - 1 = y + 2$$

$$\Downarrow$$

$$y = z - 3$$

$$P = (x-1, z-3, z) = (-1, -3, 0) + z(1, 1, 1)$$

controle P_0 deve pertencer ao planos

$$(-1, -3, 0)$$

$$x = y + 2$$

$$-1 = -3 + 2 \quad \checkmark$$

$$z = x + 1$$

$$0 = -1 + 1 \quad \checkmark$$

(a, b, c)

π_1

$$(1, -1, 0) \quad \checkmark$$

π_2

$$(-1, 0, 1) \quad \checkmark$$



$$(1, 1, 1)$$

ok!

DADA A RETA $(2, 1, 4) + \pi(1, 2, 0)$

ENCONTRAR 3 PLANOS CUJA INTERSEÇÃO DÊ A RETA

- precisamos de 3 vetores perpendiculares a $(1, 2, 0)$

$$(a, b, c) = (2, -1, 0)$$

$$(0, 0, 1)$$

?

NÃO EXISTE O TERCEIRO PLANO

A RETA TERÁ SEMPRE

$$z = 4$$

$$2x - y = 3$$

$$\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{2}$$

NA PRESENÇA DE UMA OU DUAS COMPONENTES NULA NO VETOR QUE DETERMINA A DIREÇÃO DA RETA A REPRESENTAÇÃO CARTESIANA É ÚNICA