MS328

FERNANDO
f104923@dac.unicamp.br

$$(a+b)^5 = (a+b)(a+b)(a+b)(a+b)(a+b)$$

$$\left.\begin{matrix} a^5 \\ b^5 \end{matrix}\right\} 1 \to \frac{5!}{5!\,0!}$$

$$\left.\begin{matrix} a^4 b \\ a b^4 \end{matrix}\right\} 5 \to \frac{5!}{4!\,1!}$$

$$\left.\begin{matrix} a^3 b^2 \\ a^2 b^3 \end{matrix}\right\} 10 \to \frac{5!}{2!\,3!}$$

$$\left.\begin{matrix} \overset{1}{a} \; abbb \\ babb \\ bbba \end{matrix}\right\} 10 + \left.\begin{matrix} b\overset{2}{a} \; abb \\ bab \\ bba \end{matrix}\right\} 3 + \left.\begin{matrix} bb\overset{3}{a} \; ab \\ ba \end{matrix}\right\} 2 + bbb\overset{4}{a}a \,\} 1$$

$$\Rightarrow \boxed{C_n^k = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}}$$

↳ não importa a ordem entre elementos iguais

Exercício: Achar o número de possibilidades de se escolher 3 números distintos cuja soma é múltiplo inteiro de 3, no conjunto $\{1, \dots, 50\}$

→ Múltiplos de 3 (A_1)

$A_1 = \{3, 6, \dots, 48\}$ → 16 elementos

$A_2 = \{2, 5, \dots, 47, 50\}$ → 17 elementos

$A_3 = \{1, 4, \dots, 46, 49\}$ → 17 elementos

combinações possíveis:

$A_1 + A_1 + A_1$ ✓	$A_2 + A_2 + A_2$ ✓	$A_3 + A_3 + A_3$ ✓	
$A_1 + A_2 + A_3$ ✓	$A_1 + \cancel{A_1 + A_2}$	$A_2 + \cancel{A_2 + A_1}$	~~etc~~

=

$$(A_1 + A_1 + A_1) + (A_2 + A_2 + A_2) + (A_3 + A_3 + A_3) + (A_1 + A_2 + A_3)$$

$$\frac{16!}{3!\,13!} + \frac{17!}{3!\,14!} + \frac{17!}{3!\,14!} + 16 \times 17 \times 17$$

→ Achar α, β, γ tais que $\alpha + \beta + \gamma = \boxed{\text{Par}}$, $\alpha, \beta, \gamma \in \{1, \dots, 30\}$

Ímpares $\{1, \dots, 29\}$; pares $\{2, \dots, 30\}$

→ Possibilidades: $(p + p + p) + (\underbrace{i + i} + p)$

$$\frac{15!}{3!\,12!} + \frac{15!}{2!\,13!} \times 15$$

→ Como dividir um baralho com N cartas entre P jogadores com K cartas cada?

⇝ fórmula geral: $\boxed{\dfrac{N!}{(P!)^K (N-KP)!}}$

→ DISTRIBUIÇÃO BINOMIAL:

Probabilidade de K sucessos em n tentativas divididas em sucesso e fracasso

$P(K) = \binom{n}{K} p^K (1-p)^{n-K}$, p = probabilidade de sucesso

Exemplo: ganhar 5 vezes em 10 lançamentos de moeda

→ $p = 1/2$

$$\underbrace{\frac{\overset{\text{p/ lançamentos}}{10!}}{5!\,5!}}_{\substack{\text{sucessos}\\ \text{e}\\ \text{fracassos}\\ \text{repetidos}}} \cdot \underbrace{\frac{1}{2^5} \times \frac{1}{2^5}}_{1/2^{10}} = 252 \times \frac{1}{2^{10}} = \frac{252}{1024} = \frac{126}{512} = \frac{63}{256}$$

$$= \frac{64}{256} - \frac{1}{256} = \frac{1}{4} - \frac{1}{256}$$

$$\approx 0,25 - \frac{1}{250} \approx 0,25 - \frac{\cancel{1000}^{\,4}}{\cancel{250}} \cdot \frac{1}{1000} \approx \underline{\underline{0,246}}$$

MS328

$$(a+b)^n = \sum_{0}^{n} \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$$

$$\Rightarrow \frac{\sum_{0}^{n} k \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}}{\underbrace{\sum_{0}^{n} \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}}_{=1}} \rightsquigarrow \text{Valor médio}$$

$$\sum_{k=1}^{n} \cancel{k} \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

$$\frac{n!}{k!(n-k)!} \qquad n! \longrightarrow n(n-1)! \qquad p^k \to p \cdot p^{k-1}$$

$$k! \to \cancel{k}(k-1)!$$

$$\Rightarrow np \sum_{k=1}^{n} \frac{(n-1)!}{(k-1)!(n-k)!} p^{k-1} (1-p)^{n-k} \quad ; \text{ fazendo } \begin{cases} k-1 = \mathbb{K} \\ n-1 = \mathbb{N} \end{cases}$$

$$\Rightarrow np \underbrace{\sum_{\mathbb{K}=0}^{\mathbb{N}} \frac{\mathbb{N}!}{\mathbb{K}!(\mathbb{N}-\mathbb{K})!} p^{\mathbb{K}} (1-p)^{\mathbb{N}-\mathbb{K}}}_{=(p+1-p)^{\mathbb{N}}=1} = \boxed{n \cdot p}$$