FÓRMULAS

$$\frac{1}{(1-x^a)^N} = \sum_{r=0}^{\infty} \binom{N+r-1}{r} x^{ar}$$

$$(1-x^a)^N = \sum_{r=0}^{N} \binom{N}{r} (-1)^r x^{ar}$$

$$1 + x + x^2 + x^3 + \ldots + x^n = \frac{1-x^{n+1}}{1-x}$$

- Qual é a probabilidade de fazer 12 lançando 4 dados?

$$\begin{aligned}
\text{FUNÇÃO GERADORA}: \; & (x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5 + x^6)^4 = \\
& x^4 (1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5)^4 = \\
& x^4 \left(\frac{1-x^6}{1-x}\right)^4 = \frac{x^4 (1 - 4x^6 + \ldots)}{(1-x)^4} = \\
& (x^4 - 4x^{10} + \ldots) \sum_{r=0}^{\infty} \binom{4+r-1}{r} x^{ar} = \\
& x^4 \left[\ldots + \binom{11}{8} x^8 + \ldots\right] - 4x^{10} \left[\ldots + \binom{5}{2} x^2 + \ldots\right]
\end{aligned}$$

$$\text{RESPOSTA} \; : \binom{11}{8} - 4\binom{5}{2} = 165 - 40 = 125 \;\Rightarrow\; 125/6^4$$

- Encontre a fórmula para $f(n)$ sabendo que

$$f(0) = 2\ , \quad f(1) = 4 \quad \text{e} \quad f(n+2) = 2\,f(n+1) - f(n)\ .$$

RESOLUÇÃO :

$$\alpha^2 = 2\,\alpha - 1 \quad \Rightarrow \quad (\alpha - 1)^2 = 0 \quad \Rightarrow \alpha_{1,2} = 1$$

SOLUÇÃO GERAL :

$$f(n) = A\,(1)^n + B\,n\,(1)^n$$

Usando as condições iniciais temos

$$\begin{aligned} A &= 2 \\ A + B &= 4 \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad A = B = 2\ .$$

$$\text{RESPOSTA}: \; f(n) = 2\,(1+n)\ .$$

• Encontre a fórmula para $f(n)$ sabendo que

$$f(0) = 1 \ , \quad f(1) = 2 \quad \text{e} \quad f(n+2) = 3\, f(n+1) - 2\, f(n) \ .$$

RESOLUÇÃO :

$$\alpha^2 = 3\,\alpha - 2 \quad \Rightarrow \quad (\alpha - 1)(\alpha - 2) = 0 \quad \Rightarrow \alpha_1 = 1 \ \ e \ \ \alpha_2 = 2$$

SOLUÇÃO GERAL :

$$f(n) = A\,(1)^n + B\,(2)^n$$

Usando as condições iniciais temos

$$\begin{array}{r} A + B = 1 \\ A + 2\,B = 2 \end{array} \quad \Rightarrow \quad A = 0 \ \ e \ \ B = 1 \ .$$

RESPOSTA : $f(n) = 2^n$.