

Segunda prova (24/5/2018)

Q1 [1.0] UTILIZANDO A FUNÇÃO GERADORA DO CONJUNTO DE $5A, 6B, 5C$ E $4D$ SABENDO QUE A E B DEVEM COMPARECER PLO MENOS UMA VEZ DETERMINE O NÚMERO DE COMBINAÇÕES DE 10 LETRAS

Q2 [1.0] UTILIZANDO A FUNÇÃO GERADORA DO PROBLEMA DE INTEIROS:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = N$$

$$N \leq x_{1,2} \leq 2N$$

$$-2 \leq x_{3,4}$$

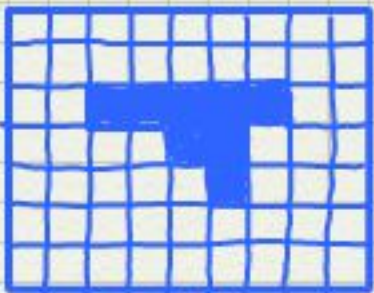
$$(N \geq 0)$$

DETERMINE O NÚMERO DE SOLUÇÕES MÁXIMO E MÍNIMO

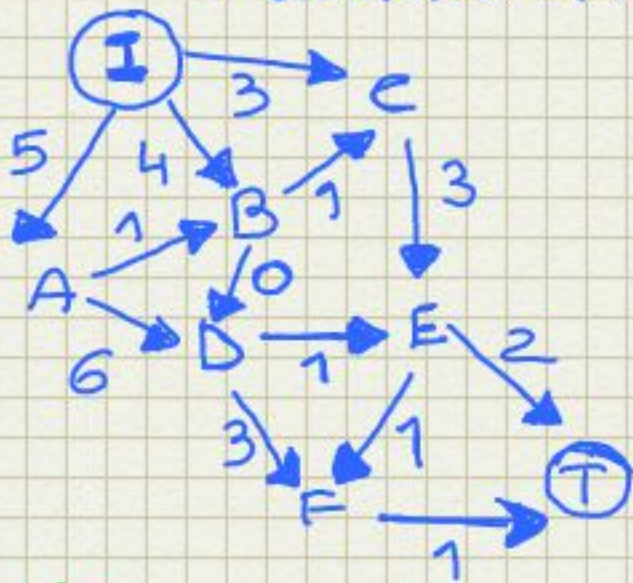
Q3 [0.5] ENCONTRE A FORMA FECHADA DA RELAÇÃO DE RECORRÊNCIA

$$S_{m+2} = 6S_{m+1} - 9S_m + 4 \quad \text{SABENDO QUE } S_1 = 1 \text{ E } S_2 = 0$$

Q4 [0.5] CALCULE O NÚMERO DE CAMINHOS QUE LEVAM DE A ATÉ B (MOVIMENTOS PARA DIREITA E PARA CIMA)



Q5 [0.8] UTILIZANDO O ALGORITMO DE DIJKSTRA ENCONTRE O CAMINHO MÍNIMO



Q6 [1.2] ENCONTRE AS DESIGNAÇÕES QUE MINIMIZAM E MAXIMIZAM O PROBLEMA COM 5 OPERÁRIOS E 3 TAREFAS SABENDO QUE

- O OPERÁRIO 2 FICAR OCIOSO TEREMOS UM GASTO DE PESO 12
- O OPERÁRIO 4 FICAR OCIOSO TEREMOS UM GASTO DE PESO -6
- O OPERÁRIO 1 NÃO PODERÁ FICAR OCIOSO

E DADO O PESO PARA AS TAREFAS T_1, T_2 E T_3 É DADO NA SEGUINTE TABELA

	T_1	T_2	T_3
O_1	-4	1	2
O_2	10	2	5
O_3	-4	7	-2
O_4	5	8	10
O_5	12	-7	-1

Gabarito

Q1

A: $x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5$ B: $x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5 + x^6$
 C: $1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5$ D: $1 + x + x^2 + x^4$

A: $x \frac{1-x^5}{1-x}$ B: $x \frac{1-x^6}{1-x}$ C: $\frac{1-x^6}{1-x}$ D: $\frac{1-x^5}{1-x}$

FUNÇÃO GERADORA $\boxed{x^2 \frac{(1-x^5)^2 (1-x^6)^2}{(1-x)^4}}$

$(1-x^5)^2 (1-x^6) = (1-2x^5+x^{10})(1-2x^6+x^{12})$
 $x^2 (1-x^5)^2 (1-x^6) = (x^2-2x^7+x^{12})(1-2x^6+x^{12}) = x^2-2x^8-2x^7+4x^{13}$
 $(x^2-2x^7-2x^8) \sum_0^{\infty} \binom{3+r}{3} x^r$

RESPOSTA "10" $\boxed{\binom{11}{3} - 2\binom{6}{3} - 2\binom{5}{3} = 105}$
 $165 - 40 - 20$

Q2

$N \leq y_{1,2} \leq 2N$ $y_{1,2}: x^N \frac{1-x^{N+1}}{1-x}$ $-2 \leq y_{3,4}$ $y_{3,4}: \frac{x^{-2}}{1-x}$

FUNÇÃO GERADORA $\boxed{x^{2N-4} \frac{(1-x^{N+1})^2}{(1-x)^4}}$

$x^{2N-4} (1-2x^{N+1}+x^{2N+2}) \sum_0^{\infty} \binom{3+r}{3} x^r$

$x+2N-4=N \Rightarrow r=4-N$ $\binom{7-N}{3} - 2\binom{7-N-N-1}{3} + \binom{7-N-2N-2}{3}$

$\boxed{\binom{7-N}{3} - 2\binom{6-2N}{3} + \binom{5-3N}{3}}$

- $N=0$ $\binom{7}{3} - 2\binom{6}{3} + \binom{5}{3} = 35 - 40 + 10 = 5$
- $N=1$ $\binom{6}{3} - 2\binom{4}{3} = 20 - 8 = \boxed{12}$ MÁXIMO
- $N=2$ $\binom{5}{3} = 10$
- $N=3$ $\binom{4}{3} = 4$
- $N=4$ $\binom{3}{3} = \boxed{1}$ MÍNIMO

Q4



$\binom{7}{0} \binom{9}{9} = 1$ $\binom{3}{1} \binom{5}{2} = 840$ $\binom{8}{7} \binom{8}{2} = 224$
 $\binom{7}{1} \binom{9}{8} = 63$ $\binom{8}{6} \binom{3}{2} \binom{5}{1} = 420$ $\binom{8}{8} \binom{8}{1} = 8$
 $\binom{7}{2} \binom{9}{7} = 756$ $\binom{3}{3} \binom{5}{0} = 28$

$\boxed{2340}$

Q3

$$S_m = \alpha^m + 5$$

$$\alpha^{m+2} + 5 = 6\alpha^{m+1} + 6s - 9\alpha^m - 9s + 4$$

$$\alpha^{m+2} - 6\alpha^{m+1} + 9\alpha^m + 4s - 4 = 0$$

$$\underbrace{\alpha^{m+2} - 6\alpha^{m+1} + 9\alpha^m}_{=0} + 4s - 4 = 0 \quad s=1$$

$$\alpha^2 - 6\alpha + 9 = 1$$

$$\alpha_{1,2} = 3$$

$$S_m = A3^m + Bm3^m + 1$$

$$S_1 = 1 \quad 3A + 3B + 1 = 1 \Rightarrow B = -A$$

$$S_2 = 0 \quad 9A + 18B + 1 = 0 \Rightarrow A = \frac{1}{9}$$

$$S_m = (1-m)3^{m-2} + 1$$

Q5

A	B	C	D	E	F	T
I ₅	I ₄	I ₃
I ₅	I ₄	X	.	C ₆	.	.
I ₅	X	X	B ₄	C ₆	.	.
I ₅	X	X	X	D ₅	.	.
I ₅	X	X	X	X	E ₆	E ₇
X	X	X	X	X	E ₆	E ₇
X	X	X	X	X	X	F ₇

T7F6E5D4B4I
 I⁴B⁰D¹E¹F¹T¹

7

Q6

-4	1	2	X	X
10	2	5	12	12
4	7	2	0	0
5	8	10	6	6
12	7	1	0	0

PROBLEMA DE MÍNIMO

0	5	6	X	X
0	0	3	10	10
19	0	6	4	4
19	0	6	7	7

MÍNIMO 2

0	5	4	X	X
0	0	1	10	10
10	0	5	5	5

MÍNIMO 1

0	5	3	X	X
18	0	0	7	7
18	0	3	2	2
19	0	3	4	4

MÍNIMO 2

0	5	3	X	X
8	0	0	5	5
1	12	0	0	0
16	19	18	0	0
19	0	3	2	2

01 T1 04, 05
 02 T3 0C10S0S
 05 T2

CUSTO $-4 + 5 - 7 - 6 = -12$ min

PROBLEMA DO MAX

4	-1	-2	x	x
-10	-2	-5	-12	-12
4	-7	2	0	0
-5	-8	-10	6	6
-12	7	1	0	0

6	1	0	x	x
15	15	7	0	0
2	0	10	2	2
19	13	18	16	16
5	13	18	12	12

MÍNIMO 7

10	0	0	x	x
18	0	10	7	7
14	0	10	15	15
19	0	14	12	12

MÍNIMO 7

10	0	15	x	x
17	0	15	0	0
19	0	14	22	22
14	0	10	5	5

01 T2 1
04 T3 10
05 T1 12

02, 03
ociosos
12

35