

Resolveremos o problema

$$x_1 + x_2 + \dots + x_N = 1$$

$$-p \leq x_k \leq p \quad k = 1, 2, \dots, N$$

MUDANDO VARIÁVEIS

$$x_k = x_k - 1 - p$$

$$x_1 - 1 - p + x_2 - 1 - p + \dots + x_N - 1 - p = 1$$

$$x_1 + x_2 + \dots + x_N = 1 + N(p+1)$$

$$x_k \leq 2p+1$$

Total sem limitações superiores $\binom{N(p+1)}{N-1}$

$C_k (> 2p+1)$ $\binom{N(p+1) - (2p+1)}{N-1}$ teremos $\binom{N}{1}$ possibilidades

$C_k (> 2(2p+1))$ $\binom{N(p+1) - 2(2p+1)}{N-1}$ teremos $\binom{N}{2}$ possibilidades

Resultado final será uma serie que termina quando

$$N(p+1) - r(2p+1) = N-1$$

$$r = \text{INT} \left(\frac{Np+1}{2p+1} \right)$$

$$\sum_0^{\text{INT} \left(\frac{Np+1}{2p+1} \right)} (-1)^r \binom{N}{r} \binom{N(p+1) - r(2p+1)}{N-1}$$

EXEMPLOS $\frac{N=2 \quad p=3}{\text{INT} \left(\frac{Np+1}{2p+1} \right) = \text{INT} \left(\frac{7}{7} \right) = 1}$

$$\sum_0^1 (-1)^r \binom{2}{r} \binom{8-7r}{1} = \binom{8}{1} - 2 \binom{1}{1} = 6$$

$\frac{N=4 \quad p=3}{\text{INT} \left(\frac{13}{7} \right) = 1}$

$$\sum_0^1 (-1)^r \binom{4}{r} \binom{16-7r}{3} = \binom{16}{3} - 4 \binom{9}{3}$$

$$= \frac{16 \cdot 15 \cdot 14}{3 \cdot 2} - 4 \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{3 \cdot 2}$$

$$= 16 \cdot (35 - 21) = 16 \cdot 14 = 224$$

$p \setminus N$	1	2	3	4	5
1	1	2	6	16	45
2	1	4	18	80	365
3	1	6	36	224	1420
4	1	8	60	480	3900
5	1	10	90	880	8725