

# Funções geradoras

DADAS AS LETRAS

ABCDE

QUANTOS ANAGRAMAS DE 3 LETRAS  
PODEMOS FORMAR?

1º PASSO ESCOLHER 3 LETRAS DO CONJUNTO DE 5 LETRAS INICIAIS

$$\binom{5}{3} = \frac{5!}{3!2!} = 10$$

2º PASSO PARA CADA POSSÍVEL ESCOLHA TEREMOS 3! ANAGRAMAS

RESPOSTA  $\binom{5}{3} 3! = 60$

O QUE ACONTECE SE TEMOS LETRAS REPETIDAS NO CONJUNTO INICIAL?

POR EXEMPLO

ABCCC

ABC	3!	6
AAC	3!/2!	3
BCC	3!/2!	3
CCC	3!/3!	1

13

4

CONSIDERAMOS AGORA

ABBCC

ABC	3!	6
ABB	3!/2!	3
ACC	3!/2!	3
BCC	3!/2!	3
BBC	3!/2!	3

18

5

AABBCCC

ABC	6
ABB	3
ACC	3
AAB	3
AAC	3
BCC	3
BBC	3
BBB	1
CCC	1

26

9

ABCCC

A:  $x^0 + x^1$   
B:  $x^0 + x^1$   
C:  $x^0 + x^1 + x^2 + x^3$

$$(1+x)(1+x)(1+x+x^2+x^3)$$

FAZOR DE  $x^3$

$$x^3 + 2x^3 + x^3 = 4x^3$$

USANDO FATORIAIS

$$(1+x)(1+x)\left(1+x+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}\right)$$

$$(1+2x+x^2)\left(1+x+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}\right)$$

FAZOR DE  $\frac{x^3}{3!}$

$$\frac{x^3}{3!} + 2\frac{x^3}{2!} + x^3 = \left(\frac{1}{6} + 2\right)x^3 = \frac{13}{6}x^3$$

13  $\frac{x^3}{3!}$

ABBCC

$$(1+x)(1+x+x^2)^2 = (1+x)(1+x^2+x^4+2x+2x^2+2x^3)$$

$$= (1+x)(1+2x+3x^2+2x^3+x^4)$$

FAZOR  $x^3$

$$2x^3 + 3x^3 = 5x^3$$

$$(1+x)\left(1+x+\frac{x^2}{2}\right) = (1+x)\left(1+x^2+\frac{x^4}{4}+2x+x^2+x^3\right) \rightarrow 3x^3 = 18\frac{x^3}{3!}$$



AA BBB CCC

RESOLUÇÃO GERAL

1ª PARTE

$$(1+x+x^2)(1+x+x^2+x^3)^2$$

$$(1+x^2+x^4+x^6+2x+2x^2+2x^3+2x^3+2x^4+2x^5)$$

$$(1+2x+3x^2+4x^3+3x^4+2x^5+x^6)$$

	1	x	x <sup>2</sup>	x <sup>3</sup>	x <sup>4</sup>	x <sup>5</sup>	x <sup>6</sup>	x <sup>7</sup>	x <sup>8</sup>
1	1	2	3	4	3	2	1		
x		1	2	3	4	3	2	1	
x <sup>2</sup>			1	2	3	4	3	2	1
	1	3	6	9	10	9	6	3	1

AA BBB CCC

POSSIBILIDADES DE ESCOLHER 3 LETRAS

- 9
- 10
- 3
- ...

CALCULAMOS AGORA AS POSSIBILIDADES DE FORMAR ANAGRAMAS

$$(1+x+\frac{x^2}{2})(1+x+\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{6})^2$$

$$(1+x^2+\frac{x^4}{4}+\frac{x^6}{36}+2x+x^2+\frac{x^3}{3}+x^3+\frac{x^4}{3}+\frac{x^5}{6})$$

$$(1+2x+2x^2+\frac{4}{3}x^3+\frac{7}{12}x^4+\frac{1}{6}x^5+\frac{1}{36}x^6)$$

	1	x	x <sup>2</sup>	x <sup>3</sup>	x <sup>4</sup>	x <sup>5</sup>	x <sup>6</sup>	x <sup>7</sup>	x <sup>8</sup>
1	1	2	2	4/3	7/12	1/6	1/36		
x		1	2	2	4/3	7/12	1/6	1/36	
x <sup>2</sup>			1/2	1	1	2/3	7/24	1/12	1/72
	1	3	9/2	13/3	35/12	17/12	35/72	1/9	1/72
	1	1	2	6	24	120	720	7.720	56.720
	1	3	9	26	70	170	350	560	560

CONFIRMAMOS O CASO "7"

AA BBB CCC	A BBB CCC	7!/3!3!	7·6·5·4/6	140
	A ABB CCC	7!/2!2!3!	7·6·5·4/4	210
	A ABB CC	7!/2!3!2!	7·6·5·4/4	210
				560
				3

CONFIRMAMOS O CASO "8"

JÁ NÃO POSSIBILIDADE AA BBB CCC  $8!/2!3!3! = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 / 2 \cdot 6 = 560$

CONFIRMAMOS O CASO "6"

A BB CCC	6!/2!3!	6·5·4/2	60
A BBB CC	6!/3!2!	6·5·4/2	60
A A BCCC	6!/2!3!	6·5·4/2	60
A A BBCC	6!/2!2!2!	6·5·4·3/4	90
A A BBBC	6!/2!3!	6·5·4/2	60
BBB CCC	6!/3!3!	6·5·4/6	20
			350