

# Como encontrar a matriz inversa - Resolução P1

Método:

1º passo: encontre o Determinante da matriz dada.

$$M = \begin{pmatrix} a & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} = a + 2a + 0 - 4 - 0 - 1$$

$$\boxed{D = 3a - 5}$$

2º passo: faça o transposta da matriz dada: (linha vira coluna)

$$M^T = \begin{pmatrix} a & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

3º passo: achar as matrizes 2x2

$$M'' = \begin{array}{ccc|cc|cc|cc} a & 1 & 2 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & a & 1 & 2 & 1 & 2 & a \\ 2 & 0 & 1 & 1 & 2 & a & 2 & a & 1 \\ & & & a & 1 & 2 & 1 & 2 & a \\ & & & 1 & 2 & a & 2 & a & 1 \\ & & & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{array}$$

$$M'' = \begin{array}{ccc|cc|cc|cc} \oplus & & & & & & & & \\ +1 & & & & & & & & \\ \oplus & & & & & & & & \\ 1-2a & & & & & & & & \\ \oplus & & & & & & & & \\ -2 & & & & & & & & \end{array} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & a-2 \\ 2a-1 & a-4 & 2-a^2 \\ -2 & 2 & a-1 \end{pmatrix}$$

4º passo: substitua a pelo valor do problema na matriz e no determinante e a matriz inversa será:

$$M^{-1} = \frac{1}{D} \cdot M''$$

Para  $a \in \{4/3, 5/3, 2\}$

$$a = 4/3 \quad D = \frac{4}{3} \cdot 3 - 5 \rightarrow D = -1$$

$$M'' = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 4/3 - 2 \\ 8/3 - 1 & 4/3 - 4 & 2 - 16/9 \\ -2 & 2 & 4/3 - 1 \end{pmatrix}$$

$$M'' = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2/3 \\ 5/3 & -8/3 & 2/9 \\ -2 & 2 & 1/3 \end{pmatrix} \rightarrow M^{-1} = \frac{1}{D} \cdot M''$$

$$M^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2/3 \\ 5/3 & -8/3 & 2/9 \\ -2 & 2 & 1/3 \end{pmatrix} \cdot -1 = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2/3 \\ -5/3 & 8/3 & -2/9 \\ 2 & -2 & -1/3 \end{pmatrix}$$

$$a = 5/3 \quad D = \frac{5}{3} \cdot 3 - 5 \quad D = 0 \rightarrow \text{NÃO POSSUI INVERSA}$$

$$a = 2 \quad D = 2 \cdot 3 - 5 \rightarrow D = 1$$

$$M'' = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 3 & -2 & -2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad M^{-1} = \frac{1}{D} \cdot M''$$

$$M^{-1} = 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 3 & -2 & -2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 3 & -2 & -2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$